

長岡技術科学大学
工学研究科修士論文

ウォルシュ関数を使ったインバータの
PWM パターン合成法の研究

電気・電子システム工学専攻
学籍番号 96533688
チオエイサイ クリット

指導教官 近藤 正示 助教授

A Study on Walsh Function Based Synthesis Method of PWM Pattern for Inverter

96533688 Choeisai Krit

Abstract

In recent years, the calculation of PWM pattern with low harmonics uses the iteration loop of the Fourier expansion that makes the calculation time very long. The reason for uses the iterative calculation is that the Fourier spectrum can not give the PWM pattern directly.

This paper proposes Walsh function based synthesis method of PWM pattern for inverter. The method does not use iteration loop so that the calculation time becomes very short. The reason without iteration loop is that the Walsh spectrum cans synthesis the PWM pattern directly. Several major results of this study are summarized as follows:

- 1) New calculation methods of Walsh expansion were derived:
 - 1.1) It was proofed that the synthesis value of Walsh expand coefficient of the commanded waveform is equal to the average value of commanded waveform in the Walsh interval. It can use this result to simplify the Walsh expansion-synthesis algorithm.
 - 1.2) The new orthogonal function [J] was derived for synthesis the PWM pattern in case of number switching \neq number interval \neq number harmonics.
- 2) Several synthesis methods of PWM pattern given in this paper are:
 - 2.1) Direct synthesis method of PWM pattern.
 - 2.1.1) number switching = number interval = number harmonics
 - By matching Walsh spectrum
 - By average commanded waveform in the Walsh interval
 - 2.1.2) number switching = **number harmonics** < **number interval**
 - 2.1.3) number switching < number interval < number harmonics
 - 2.2) Iteration synthesis method for decrease harmonics distortion
 - 2.2.1) number switching = number interval = number harmonics
 - 2.2.2) number switching = number interval < number harmonics

目次

1	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	研究の目的	2
1.3	本論文の構成	3
2	ウォルシュ関数を用いた波形展開の基礎	4
2.1	ウォルシュ関数の基礎	4
2.1.1	アダマール行列とウォルシュ関数	6
2.1.2	任意波形のウォルシュ展開	10
2.1.3	ウォルシュスペクトル	11
2.1.4	正弦波波形の展開	12
2.1.5	フーリエスペクトルとの関係	14
2.2	擬似逆行列の基礎	16
2.2.1	擬似逆行列の使用方法	18
2.2.2	擬似逆行列の重み	20
2.3	まとめ	22
3	ウォルシュ関数と直交関数の応用	23
3.1	合成波形と指令値の関係	23
3.2	正弦波と直交性をもつ行列	28
3.3	まとめ	32
4	直接計算によるPWMの合成方法（等分数とスイッチング数が同じ場合）	33
4.1	指令値のスペクトルを合わせる方法	34
4.1.1	PWM波形のウォルシュ展開	35
4.1.2	正弦波指令値と合わせる方法	39
4.1.3	逆行列の簡単な計算方法	41
4.1.4	PWM波形のスイッチング関数の計算方法	43
4.2	指令値の平均値を合わせる方法	44
4.3	計算結果と実験結果	49
4.4	三角波比較法との比較	57
4.5	まとめ	66

5	まとめ直接計算によるPWMの合成方法（等分数とスイッチング数が異なる場合）	67
5.1	高調波とパルス位置について	68
5.2	スイッチング数と高調波次数が等しい場合	70
5.3	スイッチング数と高調波次数が異なる場合	72
5.4	計算結果と実験結果	76
5.5	三角波比較法との比較	81
5.6	まとめ	85
6	繰り返し計算による高調波ひずみを低減する方法	86
6.1	等分数と高調波次数が等しい場合	88
6.1.1	計算結果と実験結果	94
6.2	等分数と高調波次数が異なる場合	101
6.2.1	計算結果	107
6.3	計算結果と他方の比較	114
6.4	まとめ	116
7	結論	117
8	謝辞	
9	参考文献	
10	付録	
10.1	付録A Walsh3 値	
10.2	付録B 1/4 周期中 3 レベル PWMの合成方法	
10.3	付録C インバータの効率	

第 1 章 序論

1.1 研究の背景

現在、高調波の少ない PWM パターンを計算するために、普通は三角関数とフーリエ級数を適用されている。フーリエ級数では PWM パターンの解析はできるが PWM パターンの合成にはできない。その理由は、フーリエ高調波成はスイッチング関数との関係が $\sin() \cdot \cos()$ であり、 $\sin() \cdot \cos()$ の逆関数を作ることができないからである。よって、PWM パターンを計算するためにフーリエ展開の繰り返し計算でおこなっており、計算時間が非常に長くなってしまふ。また、PWM パターンは離散値に対し、連続値をもつ三角関数との計算は複雑な計算になる。

以上のことで PWM パターンの計算時間を短くする方法そして簡単な計算方法を要求されている。

1.2 研究目的

本研究は、ウォルシュ関数を適用し PWM パターン合成法を研究する目的である。ウォルシュ関数と PWM パターンは同様に離散値であることによって、PWM パターンの解析・合成することができる。その理由は、ウォルシュ高調波成分はスイッチング関数との関係が線形関数でありその線形関数の逆関数を導くことができるからである。この性質は次式で示す。

$$\left. \begin{aligned} \text{スペクトル} &= f(\alpha) = \begin{cases} \sin(\alpha_1), \cos(\alpha_2) & : \text{フーリエ展開} \\ \alpha_2 - \alpha_1 & : \text{ウォルシュ展開} \end{cases} \\ \alpha = f^{-1}(\text{スペクトル}) &= \begin{cases} \text{フーリエ展開} & : \text{できない} \\ \text{ウォルシュ展開} & : \text{できる} \end{cases} \\ \text{ただし } \alpha &= \text{スイッチング関数} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

以上の性質から、ウォルシュ高調波成分から直接にスイッチング関数との関係を導くことができるから繰り返し計算が必要なくなり、計算時間が非常に短くすることができる。また、ウォルシュ関数を使った PWM パターンの計算方法は三角関数と比べ、より簡単な計算方法を得られる。

1.3 本論文の構成

本論文第2章から第6章までの内容を簡単に説明する。

第2章はPWMパターン合成法の基礎の準備段階であり、直交関数とウォルシュ関数の性質を説明する。さらに本研究に必要となる疑似逆行列と重み行列の説明をする。

第3章はまだ基礎の準備段階であるが、その計算方法では本研究が考えだしたものであり、第2章から別した。

第4章は本研究のオリジナルな合成方法である。合成方法の考え方、やり方そして計算例をあげて分かりやすく説明したものである。さらに第3章の結果により合成アルゴリズムの展開を行った。

第5章はPWMパターンの高調波を減少することを注目する。やり方は第4章の合成方法とパルスの位置から考えだしたものである。

第6章はウォルシュ関数のPWM合成方法で繰り返し計算を行ったものを示す。

第2章 ウォルシュ関数を用いた波形展開の基礎

2.1 ウォルシュ関数の基礎⁽¹⁾

ウォルシュ関数 (Walsh function) は±1の2値関数系であり、その性質は三角関数系とよく似たものと言われる。2値であることによって、コンピュータのようなデジタル計算器は適切であり、通信、画像処理の分野に多く使われているが電力変換器の応用では通信、画像処理の応用の数に比べまだ少ない。ウォルシュ関数は離散値であることによって、離散値であるインバータのPWMパターンに応用するとメリットが出てくる。同じ離散関数同士に対し計算アルゴリズムそして計算時間が圧倒的に短くすることができる。本研究ではPWMパターンを合成するためにウォルシュ展開をメインとして適用する。

ウォルシュ関数は直交関数系なので、ウォルシュ関数の説明を分かり易くするために、直交関数系の性質を簡単に説明する。その大切な性質が

- 1) 直交性
- 2) 完備性
- 3) 閉鎖性

3つで分けることができる。直交関数と言えはみんなが良く知っているものは正弦波である。これから正弦波を例として直交関数の性質を説明する。二つの正弦波 $\sin(2\pi\mu t)$ と $\sin(2\pi\nu t)$ (μ 、 ν は正の整数) と区間 $[-1/2 \leq t \leq 1/2]$ において、それらの積分 t について積分すれば、 $\mu \neq \nu$ なるかぎり0であり、 $\mu = \nu$ ならば $1/2$ となる。これは二つのベクトルの内積が0となると相当している。

$$I_{\mu\nu} = \int_{-1/2}^{1/2} f_{\mu}(t) f_{\nu}(t) dt \quad (2.1)$$

もし

$$\left. \begin{array}{l} \mu \neq \nu: I_{\mu\nu} = 0 \\ \mu = \nu: I_{\mu\nu} = 1/2 \end{array} \right\}$$

であれば $f_{\mu}(t)$ と $f_{\nu}(t)$ が “直交” すると言う。また、係数をかけて、 $I_{\mu\nu}(\mu=\nu)=1$ であるようにしてある場合には “正規直交関数系” と言う。任意波形をフーリエ展開するとき、任意の精度で波形を近似することができ、この性質は “完備性” を言う。見方を変えて、フーリエ展開ができることは、三角波関数系だけで充分であって、これ以外にはこの関数系と直交する関数は存在しない。この性質は “閉鎖性” と言う。

ウォルシュ関数も3つの性質をもつ関数系である。すなわち完備な正規直交関数系は三角関数系のほかにも多数存在するが、ウォルシュ関数は不連続点を有する関数系の代表例であり、離散的性格が強いものである。

2.2.1 アダマール行列とウォルシュ関数

アダマール (Hadamard) 行列 (以後 H 行列という) の定義は次のようになる。

$$H = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

において

- 1) 正方行列で
- 2) H の元素 a_{ij} は +1 か -1 かのいずれかで
- 3) 任意の二つの行ベクトルはすべて直交する

とき、 H は H 行列という。ここで、 $n=2^v, v=1,2,3,\dots$ とおけば、 H 行列の簡単な例は次のようになる。

$$\mathbf{H}(1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{H}(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

H 行列では n が必ず 2 のべき乗であり、 $H(2^v)$ を $H(v)$ と書くことができる。同じように、**Kronecker** 積で H 行列を拡大すれば $H(v)$ は $H(v-1)$ で求めることができる。次式はその拡大方法を示す。

$$H(v) = \begin{bmatrix} H(v-1) & H(v-1) \\ H(v-1) & -H(v-1) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

ウォルシュ関数はいろいろな作りかがあるが、分かりやすくするために本研究ではアダマール行列から作ることにした。ウォルシュ関数はH行列の各行で作成する。図 2.1 では $H(3)$ 行列を例としてウォルシュ関数の作成方法を示す。

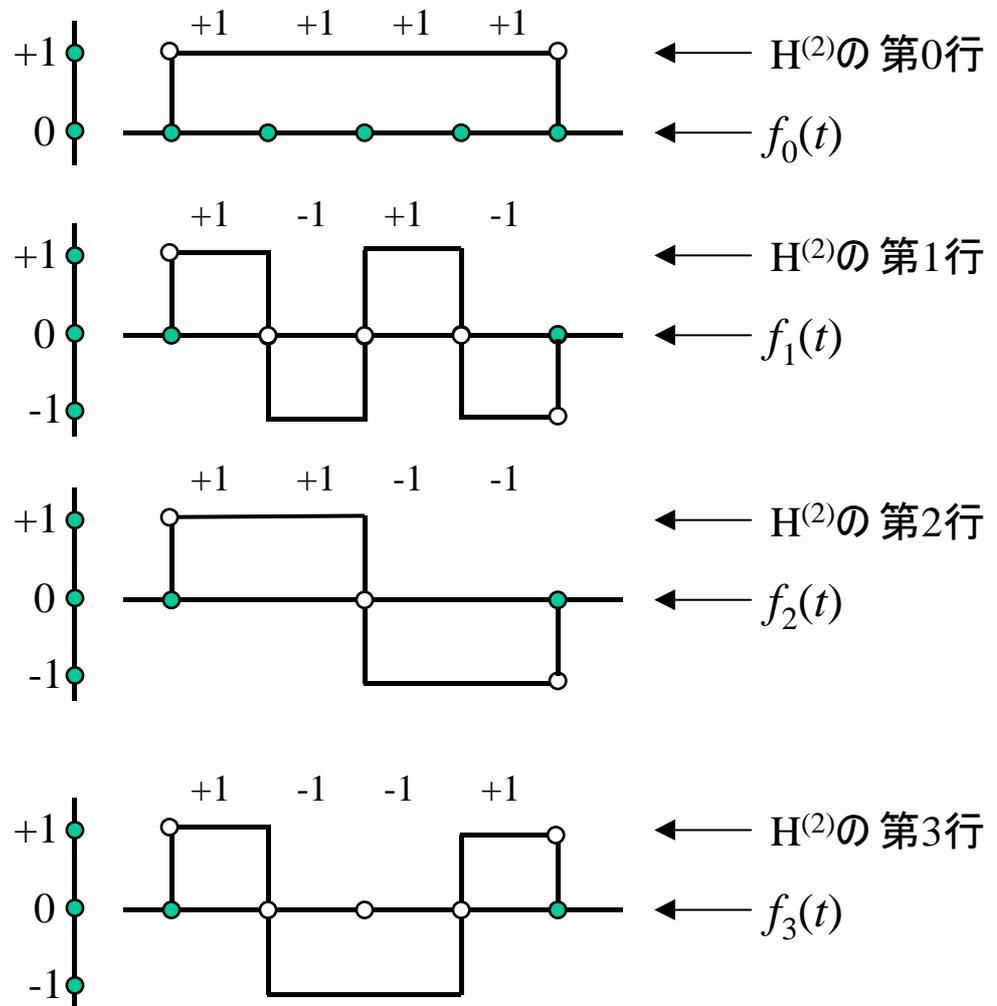


図 2.1 H行列とウォルシュ関数との対応

次にウォルシュ関数の零交差数について考える。1周期の中に+1から-1に、または-1から+1に値が変化する点がある。この点ではウォルシュ関数の値は0となり、零交差点と呼ばれている。そして、1周期に対して零交差点の数を“零交差数”(sequency)と呼ぶ。簡単に考えると、ウォルシュ関数の零交差数は三角関数の周波数に対応することができる。すなわち、単位時間当たりの零交差数の1/2が周波数である。しかし、ウォルシュ関数と三角関数の波形そして性質は違うので零交差数と周波数は完全に同じものではない。

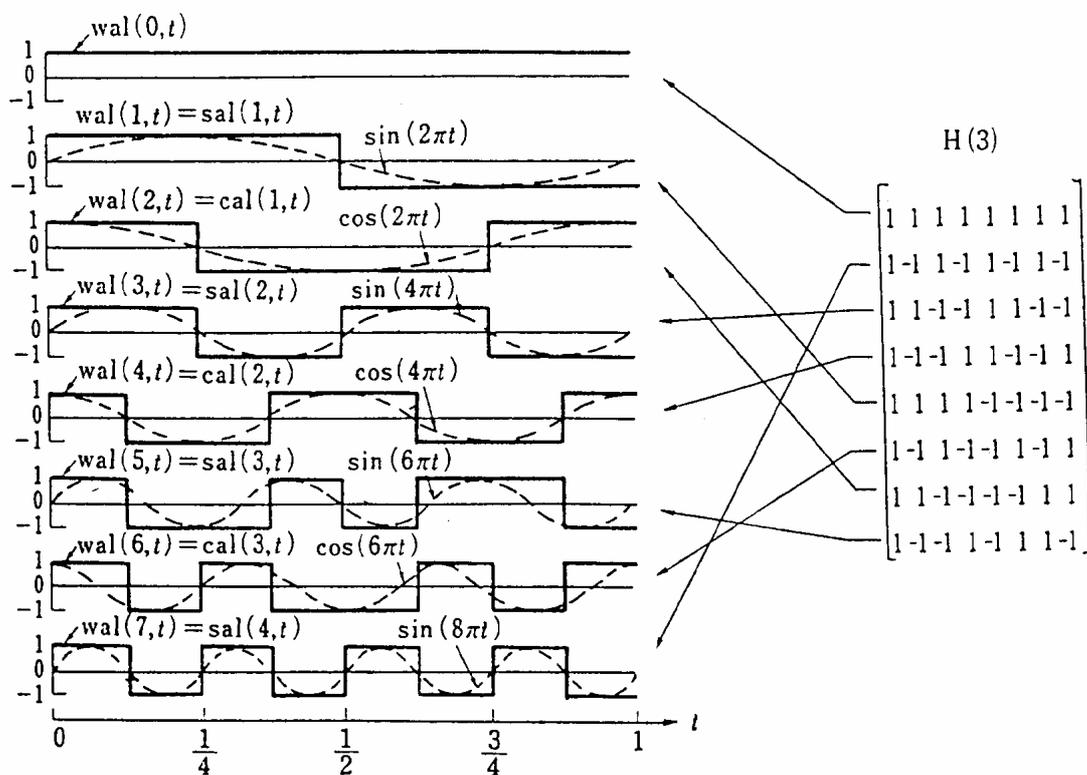


図 2.2 ウォルシュ関数波形の交差順序

図 2 はウォルシュ関数波形の交差順序と三角関数を示す。三角関数と同じようにウォルシュ関数は偶関数と奇関数に分けられる。それは

cos()に対応する

$$\text{cal}(m,t)=\text{wal}(2m,t) \quad \text{偶関数} \quad (2.5)$$

sin()に対応する

$$\text{sal}(m,t)=\text{wal}(2m-1,t) \quad \text{奇関数} \quad (2.6)$$

ただし $m = 1, 2, 3, \dots$

である。sal()と cal()は“sin-Walsh”と“cos-Walsh”の略となる。残りの wal(0,t)は直流成分を示す。

2.1.2 任意波形のウォルシュ関数展開

ウォルシュ展開はフーリエ展開と同じような形式で任意波形を展開することができる。ここで $f(t)$ が任意関数であれば、

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= A_0 \text{wal}(0,t) + \sum_{i=1}^{\infty} \{A_i \text{cal}(i,t) + B_i \text{sal}(i,t)\} \\ A_0 &= \int_0^T f(t) dt \\ A_i &= \int_0^T f(t) \text{cal}(i,t) dt \\ B_i &= \int_0^T f(t) \text{sal}(i,t) dt \\ i &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} (2.7)$$

で展開することができる。展開係数は直流係数 A_0 、偶関数の係数 A_i 、奇関数の係数 B_i 3 つに別けられる。完全に元の $f(t)$ を合成するために展開係数は無限大個まで使う必要である。

2.1.3 ウォルシュスペクトル

ウォルシュスペクトルは具体例で簡単に説明すると、ウォルシュ展開した任意波形の展開係数振幅とその交差数を示すものである。ここで、周波数の単位は **Hz** (Herz) であり、零交差数の単位は **ZPS** (Harm) である。両方とも時間単位あたりの平均周波数、零交差数を表すものである。ウォルシュスペクトルはフーリエスペクトルとほぼ同じだが、周波数軸を零交差数軸に変更する。

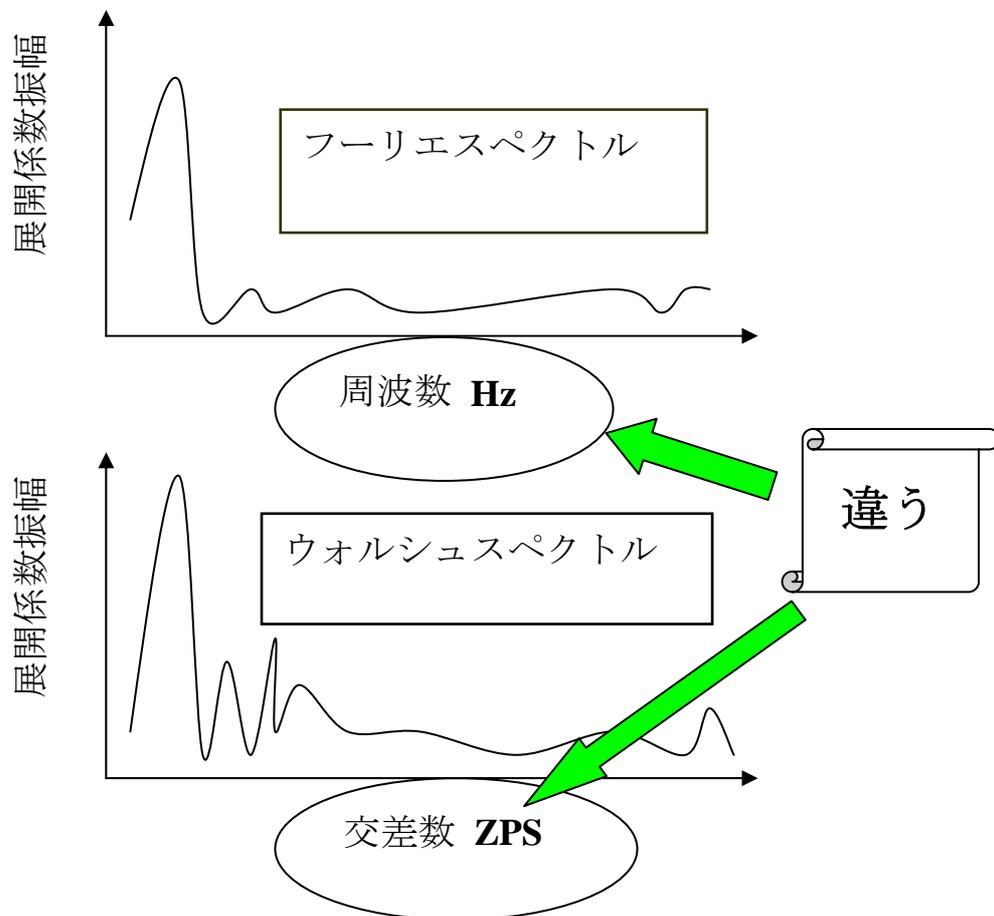


図 2.3 フーリエとウォルシュスペクトルの違い

本研究ではPWMパターンを合成するときウォルシュスペクトルを使い、そしてパターンの評価はフーリエスペクトルを使う。

2.1.4 正弦波の展開

本研究ではPWMパターンを純正弦波に近づくようにするので正弦波の性質そして特徴を調べる必要がある。正弦波関数 $\sin()$ は一周期において平均値 0, そして奇関数であることが明らかである。従って、正弦波をウォルシュ展開したとき、直流係数 A_0 と偶関数の係数 A_i が 0 となり、奇関数の係数 B_i しか残らない。さらに、方形波であるウォルシュ形波は正弦波に対し奇関数の係数の奇数交差数しか存在しない。同じ形で (2.7) により正弦波を展開すると

$$\left. \begin{aligned} \sin(2\pi t) &= A_0 \text{wal}(0, t) + \sum_{i=1}^{\infty} \{A_i \text{cal}(i, t) + B_i \text{sal}(i, t)\} \\ A_0 &= \int_0^T f(t) dt = 0 \\ A_i &= \int_0^T f(t) \text{cal}(i, t) dt = 0 \\ B_i &= \begin{cases} \int_0^T f(t) \text{sal}(i, t) dt & ; \quad i = 1, 3, 5, \dots \\ 0 & ; \quad i = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \end{aligned} \right\} (2.8)$$

となる。(2.8)を整理し、 $i=N$ 次まで打ちきれば (2.9)のような簡単な式になる。

$$\left. \begin{aligned} \sin(2\pi t) &= \sum_{i=1}^N B_{2i-1} \text{sal}(2i-1, t) \\ B_{2i-1} &= \int_0^T f(t) \text{sal}(2i-1, t) dt \\ i &= 1, 2, 3, 4, 5, \dots, N \end{aligned} \right\} (2.9)$$

さらに、正弦波の波形とウォルシュ関数の波形は共に 1/4 周期の対称性を持っているため、 B_{2i-1} を計算するとき区間 $[0, 1/4]$ だけで十分である。よって、(2.9)をさらに簡単化にすると(2.10)になる。

$$\left. \begin{aligned} \sin(2\pi t) &= \sum_{i=1}^{\alpha} B_{2i-1} \text{sal}(2i-1, t) \\ B_{2i-1} &= 4 \int_0^{T/4} f(t) \text{sal}(2i-1, t) dt \\ i &= 1, 2, 3, 4, 5, \dots, \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

本研究では正弦波の対象性を使って 1/4 周期しか計算しないため、正弦波の波形または計算した PWM パターンは 1/4 周期だけである。次は実際に計算した正弦波のウォルシュスペクトルを示す。

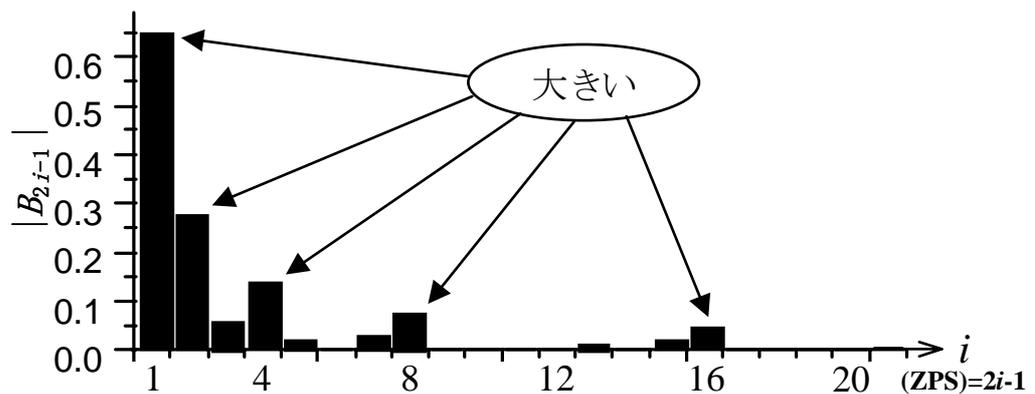


図 2.4 正弦波のウォルシュスペクトラム

B_{2i-1} のスペクトルの結果をみると、零交差数 $2i-1$ に対し B_{2i-1} の振幅が大きくなったり小さくなったりするが、特徴としては $2i-1$ が 2 のべき乗 (2,4,8,16,...) になる時点では振幅が大きくなるのが分かる。よって、 $2i-1$ 順序で波形を合成するとき $2i-1$ の数を 2 のべき乗を使えば正弦波に近づけると考えられる。

2.1.5 フーリエスペクトルとの関係

ウォルシュ関数と三角関数の性質の違いがあるので、同じ波形でもウォルシュ展開とフーリエ展開のスペクトルが違ってくる。前述べたように、完全に元の波形を合成するために無限大個の係数を使う必要であるが実際では無限大個まで波形を合成できないため一般的には、ある交差数（周波数）まで波形を合成し、波形を“近似”する。ここで、波形近似の考え方を使得、フーリエスペクトルとウォルシュスペクトルを“交換”することができる。

以下に、フーリエーウォルシュスペクトルの変換方法を示す。考え方は数学的なものであり、フーリエ展開とウォルシュ展開の関係を表し、関連性を行列のように作る。行列計算で変換を行える。

フーリエ展開（奇関数）

$$f(t) = \sum_{k=1}^K F_k \sin(2\pi(2k-1)t) \quad (2.11)$$

$$F_k = 4 \int_0^{\frac{1}{4}} f(t) \sin(2\pi(2k-1)t) dt \quad (2.12)$$

ウォルシュ展開（奇関数）

$$f(t) = \sum_{n=1}^N W_n \text{sal}(2n-1, t) \quad (2.13)$$

$$W_n = 4 \int_0^{\frac{1}{4}} f(t) \text{sal}(2n-1, t) dt \quad (2.14)$$

(2.13)を(2.12)に代入すると

$$\begin{aligned} F_k &= 4 \int_0^{\frac{1}{4}} \left\{ \sum_{n=1}^N W_n \text{sal}(2n-1, t) \right\} \sin(2\pi(2k-1)t) dt \\ &= 4 \sum_{n=1}^N W_n \int_0^{\frac{1}{4}} \text{sal}(2n-1, t) \sin(2\pi(2k-1)t) dt \end{aligned} \quad (2.15)$$

になる。ここで積分の項を簡略すると

$$B_{k,n} = \int_0^1 \text{sal}(2n-1, t) \sin(2\pi(2k-1)t) dt \quad (2.16)$$

$$F_k = 4 \sum_{n=1}^N B_{k,n} W_n \quad (2.17)$$

になる。(2.17)を行列により表すと (2.18) になる。

$$\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{N-1} \\ F_N \end{array} \right) \\ \uparrow \\ \boxed{\begin{array}{c} \text{フーリエ} \\ \text{スペクトル} \\ [F] \end{array}} \end{array} = 4 \times \begin{array}{c} \left(\begin{array}{cccccc} B_{11} & B_{12} & \cdot & \cdot & B_{1(N-1)} & B_{1N} \\ B_{21} & B_{22} & & & B_{2(N-1)} & B_{2N} \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ B_{N1} & B_{N2} & \cdot & \cdot & B_{N(N-1)} & B_{NN} \end{array} \right) \\ \uparrow \\ \boxed{\begin{array}{c} \text{ウォルシュ} \\ \text{スペクトル} \\ [W] \end{array}} \end{array} \quad (2.18)$$



 変換行列 [WF]

逆にウォルシュからフーリエスペクトルに変換するときは $[WF]$ の逆行列を使えば良い。つまり、

$$[W] = 1/4 [WF]^{-1} [F] \quad (2.19)$$

で計算することができる。

2.2 擬似行列の基礎⁽⁵⁾

一般の線形方程式を計算するために行列計算を良く使われている。一般的に計算可能になる条件では、式の数と変数の数が等しくしなければならない。そして計算した変数値を元式に代入すると、元式が成り立ち、値が一致する。それは当たり前のことである。しかし、ある計算条件では式の数が変数の数より多い場合もある。もちろん計算した変数値をすべての元式に代入しても、値が一致しないが“ある程度”近くなるだけでも良い。そういう計算が必要になるときもある。その計算方法のメリットは条件がたくさん入れることができ、変数値がすべての条件に近づけられることである。

その計算方法の具体例では擬似逆行列を使って計算することである。擬似逆行列の基本を分かり易くするために、実際の計算例をあけ、簡単な説明することにする。なお、擬似逆行列の一般理論に関しては難しいため、本文は省略する。以下の例題は、3つの線形方程式、2つの変数の数を条件として問題の解き方を説明する。

例題 1

$$1 = x - y \quad (2.20)$$

$$1 = 2x - 3y \quad (2.21)$$

$$2 = 2x - y \quad (2.22)$$

のとき x と y の値を求め問題とする。これを行列により表すと

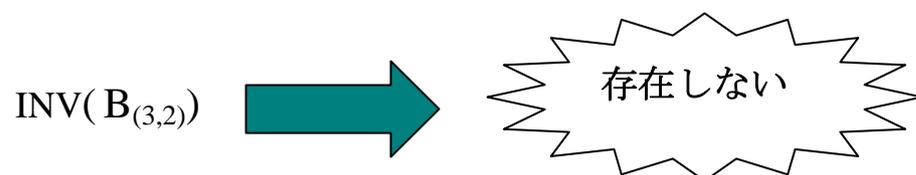
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

行列を簡略すると、

$$A_{(3,1)} = B_{(3,2)} C_{(2,1)} \quad (2.24)$$

行列のサイズ (3行1列)

C を求めるために $INV(B)$ を両辺に掛けるが B は正方行列ではないので逆行列を求められない。



2.2.1 擬似逆行列の使用方法

B は正方行列ではないため、逆行列を計算できない。しかし、ある行列を B に掛けて正方行列にすれば逆行列を計算可能になる。やり方としては、(2.24)の両辺に B^T を掛ける。すると $B^T B$ は正方行列となって、逆行列を計算できる訳である。そのやり方は次式で示す。

(2.16)の両辺に B^T を掛ける

$$B^T A_{(3,1)} = \underbrace{B^T B}_{(3,2)} C_{(2,1)} \quad (2.25)$$

正方行列 (2,2)

C を計算するために次式のような形になる。

$$C = \underline{\text{INV}(B^T B)} B^T A \quad (2.26)$$

$$C = GA$$

これは“擬似逆行列”をいう

一般的に C を求めるために G は逆行列になるが、 G は正方行列ではないため、“擬似行列”という。実際に(2.24)の値で(2.26)に代入し計算すると

$$C = [1.2778 \quad 0.5000]^T = [x \ y]^T$$

になる。これで計算が可能になるがこの $x \ y$ の値を使って元式(2.20)～(2.22)に代入して、各式に対し、値はどれくらいずれているかを調べてみる。そのため、簡単な“エラー”の式を定義しよう。

$$E = A - BC \quad (2.27)$$

計算した C 値を(2.19)でエラーを計算すると

$$E = [0.2222 \quad -0.0556 \quad -0.0556]^T$$

になる。

2. 2. 2 擬似逆行列の重み

以前の例題 1 では(2.20)、(2.21)、(2.22) 3 つの中、どれの解に値を近づけばよいか決められない。どれの式に一番近づくを決めるために重み行列を入れる必要となる。重み行列は、たくさん式の中に、どれくらいの割合でそれぞれの式に近づくのかを決めるものである。以前の例 1 では(2.20)のエラーが一番大きかったが、それを一番小さくすることもできる。次の例題 2 では重み行列の使い方そして計算結果を示し、重みを使わない例題 1 との違いを示す。

例題 2

重みの一般形

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & & & 0 \\ & & P_{\dots} & & \cdot \\ 0 & & & P_{(N-1)} & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & P_N \end{bmatrix}$$

重み行列は正方行列であり、 P とする。例題 1 に適用するための P の例を作る。

$$P = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

上式の P は(2.12)の重みの割合がほかの式の重みの割合に対し一番大きく設定し(20)によって、計算した結果は(2.12)に一番近づくと考えられる。次に P を使って C を計算式を書くと(2.21)になる。

(2.16)から両辺に $B^T P$ をかけると

$$B^T P A = B^T P B C$$

よって、

$$C = \underline{\text{INV}(B^T P B)} B^T P A \quad (2.29)$$

擬似逆行列と重み

例題 1 の A と B を使って(2.21)により C を計算すると

$$C = [1.4286 \quad 0.5000]^T = [x \ y]^T$$

になり、同じようにエラーを計算すると

$$E = A - BC = [0.0714 \quad -0.3571 \quad -0.3571]^T$$

例題 1 より小さい

例題 1 より大きい

となる。今回は(2.20)の解が一番近くなることが分かる。しかし、(2.21)と(2.22)の解は離れていく。すべての解を一致することができないため、擬似逆行列と重み行列を良く調整することが大切である。簡単なやり方は、式の“大切さ”を大きいから順番に並べ、その順番に対応して重みの値を決めることである。

2.3 まとめ

ウォルシュ関数はアダマール行列から作られ、直交関数系である。フーリエ展開と同様に任意波形を展開することができる。正弦波の周波数単位は Hz (Herz) であるがウォルシュ波形の交差数単位は ZPS (Harm) である。両方とも時間単位あたりの零交差数を表すものである。正弦波のウォルシュ展開では平均 0 の奇関数の関連により、展開した係数は $\text{sal}()$ のみである。しかも、 $\text{sal}()$ の零交差数は 1,3,5,... の奇数交差数しかない。正弦波のウォルシュ展開係数により、フーリエスペクトルとウォルシュスペクトルの関連は簡単な行列式で表すことができる。

擬似逆行列は式の数と変数の数が等しくないときに適用する。計算した変数値はすべての式に成り立たないが“ある程度”式の値に近づけることができる。また、各式に対しどれくらいの割合で値を近づけばよいのか重み行列で決めることができる。

第3章 ウォルシュ関数と直交関数の応用

ウォルシュ関数はいろいろな分野に適用することができるが、本研究ではウォルシュ関数の直交性を主にして適用している。直交性の適用具体例では、波形の展開—波形の合成をすることである。特に本研究は、ウォルシュ関数と正弦波の関連を注目しているため、波形展開—合成の新たな考え方、簡略方法、などを開発した。本章では、ウォルシュ関数または直交関数を純正弦波に特別な適用方法を示す。

3.1 合成波形と正弦波の関係

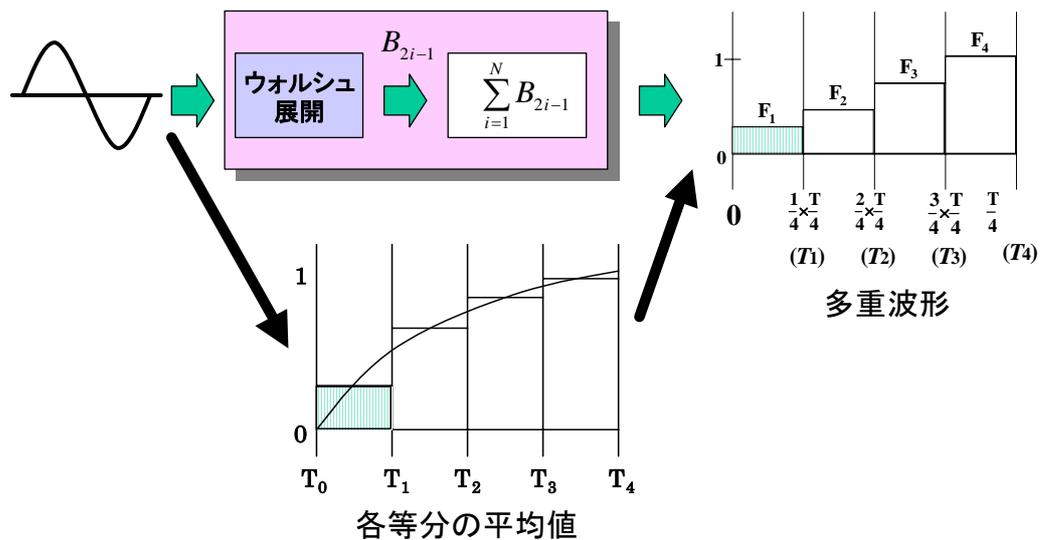


図 3.1 ウォルシュ波形合成と各等分を平均した波形

図 3.1 で表したように、正弦波を展開し、展開した展開係数を合成すると多重波形になる。これは一般の波形展開—合成の基本であるが、ウォルシュ関数では波形展開—合成のアルゴリズムをさらに簡略することができる。ウォルシュ展開—合成の基本な考え方では、ウォルシュ等分中の波形を“平均”することである。図 3.1 で示したように、正弦波をウォルシュ等分に“直接平均”した波形はウォルシュ展開—合成波形と同じものである。証明は本節の後半で示す。

展開係数（ウォルシュスペクトル）からみると、合成した波形振幅が等分中の平均値になることがなかなか考えられない。このことについて言葉で説明することが難しいことであるが、数学の式で説明することができる。以下にウォルシュ展開—合成波形と等分中の平均値波形が同じものであることを証明する。計算ではすべて 1/4 周期まで行い、よって正弦波波形も 1/4 周期までしか書かれてない。

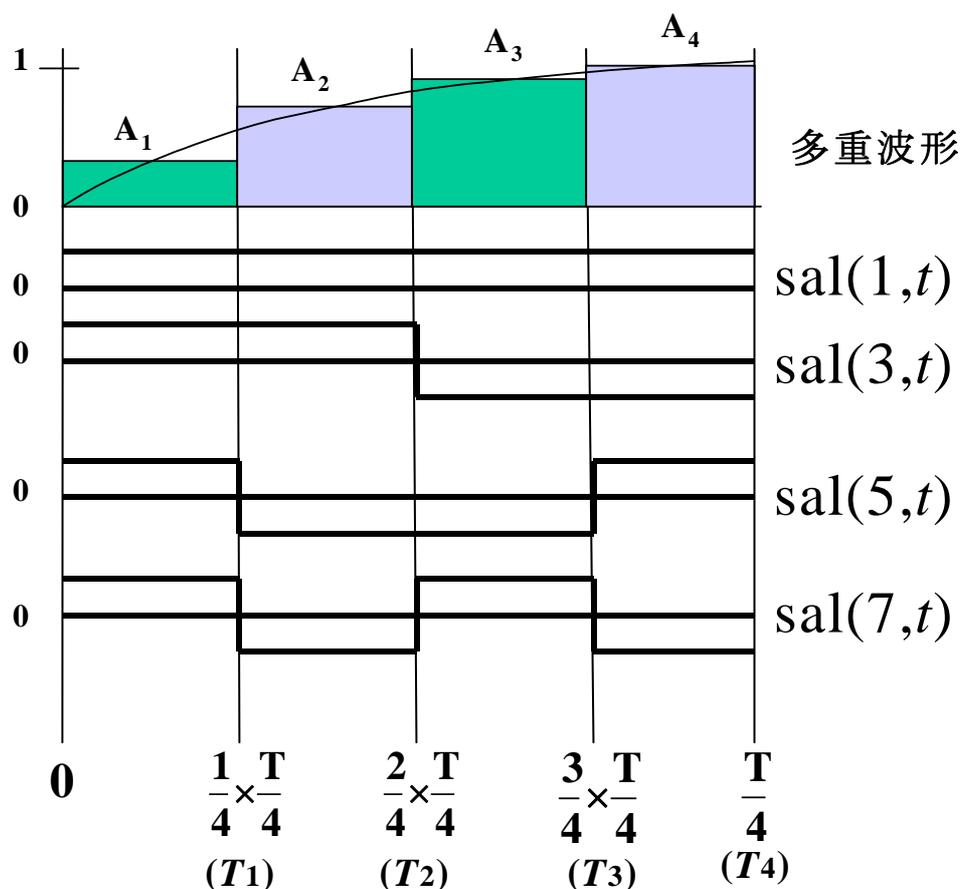


図 3.2 等分中の平均値と正弦波の関係

最初に、図 3.2 は 1/4 周期中にウォルシュ等分数を $N=4$ にし、sal() 関数と正弦波を示すものである。等分中の平均波形を A 波形とし、A の各等分の振幅は次式で表せる。

$$A(i) = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \int_{T_{i-1}}^{T_i} \sin(2\pi t) dt \quad (3.1)$$

ここで $E(i) = \int_{T_{i-1}}^{T_i} \sin(2\pi t) dt$ として $\frac{1}{T_i - T_{i-1}} = \frac{1}{\frac{T}{4}} = \frac{4}{T}$

, $T=1$ にすると (3.1) から

$$A(i) = 4NE(i) \quad (3.2)$$

ただし

$$i = 1, 2, \dots, N$$

図 3.1 で示したように、ウォルシュ展開—合成波形は F 波形とし、定義する。

$$F(j) = \sum_{k=1}^N B_{2k-1} \text{sal}(2k-1, j) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} B_{2k-1} &= \frac{1}{\frac{T}{4}} \int_0^{T/4} \sin(2\pi t) \text{sal}(2k-1, t) dt \\ &= \frac{4}{N} \sum_{r=1}^N \left(\int_{T_{r-1}}^{T_r} \sin(2\pi t) dt \right) \text{sal}(2k-1, r) \\ &= \frac{4}{N} \sum_{r=1}^N E(r) \text{sal}(2k-1, r) \quad (3.4) \\ & \quad j, k, r = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

(3.4)を(3.3)に代入すると

$$\begin{aligned} F(j) &= \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{4}{N} \sum_{r=1}^N E(r) \text{sal}(2k-1, r) \right\} \text{sal}(2k-1, j) \\ &= 4 \sum_{k=1}^N \sum_{r=1}^N E(r) \text{sal}(2k-1, r) \text{sal}(2k-1, j) \quad (3.5) \end{aligned}$$

ウォルシュ関数の対称性により次の性質を得られる。

$$\text{sal}(2u-1, v) = \text{sal}(2v-1, u) \quad (3.6)$$

(3.6)を使って、(3.5)に代入すると

$$\begin{aligned} F(j) &= 4 \sum_{r=1}^N \sum_{k=1}^N E(r) \text{sal}(2r-1, k) \text{sal}(2j-1, k) \\ &= 4 \sum_{r=1}^N E(r) \sum_{k=1}^N \text{sal}(2r-1, k) \text{sal}(2j-1, k) \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで、ウォルシュ関数の直交性により、 $U(r, j)$ を定義する。

$$\begin{aligned} U(r, j) &= \sum_{k=1}^N \text{sal}(2r-1, k) \text{sal}(2j-1, k) = N\delta_{rj} \\ U(r, j) &= \begin{cases} N; & \text{when } r = j \\ 0; & \text{when } r \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (3.8)$$

(3.8)を(3.7)に代入すると

$$F(j) = 4 \sum_{r=1}^N E(r) U(r, j) \quad (3.9)$$

$U(r, j)$ の性質により次式が得られる。

$$\sum_{r=1}^N E(r) U(r, j) = \begin{cases} NE(j); & \text{when } r = j \\ 0; & \text{when } r \neq j \end{cases} \quad (3.10)$$

(3.10)により、(3.9)は

$$F(j) = 4NE(j) \quad (3.11)$$

となる。結果としては (3.2)=(3.11)であり、 $F(j)=A(i)$ となる。この考え方は任意波形を展開して波形を合成するときには、直接ウォルシュ関数の各等分波形を平均した方がより簡単であり、しかも波形の結果は同じものである。

3.2 正弦波と直交性をもつ行列

PWM波形を合成するのに、いろいろな方法があるが本研究の一つ方法では多重波形から作ることである。各等分の多重面積から直接にスイッチングタイミングを作ることである。詳しいことは第4章に説明する。PWMパターンを正弦波により近くするには、その多重波形を正弦波にできるだけ近づけないといけない。よって、多重波形の計算方法、正弦波との関連性を考えないといけない。単純な考え方では、作って来た多重波形を正弦波に直交性を持たせることである。直交性をもつと、基本波以外の正弦波（高調波）に対しその高調波成分が出てこない。以下に、正弦波と直交する多重波形の作り方を説明する。

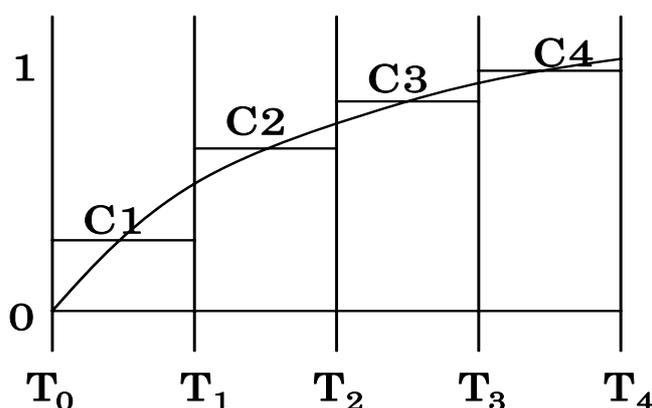


図 3.3 正弦波（基本波）と多重波形 $N=4$

図 3.3 で示したように、多重波形を[C]波形とする。[C]波形のフーリエ高調波成分を[D]とするととき、[C]と[D]の関係は次のようになる。

$$D_{2i-1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} C(t) \sin(2\pi(2i-1)t) dt \quad (3.12)$$

各等分では $C(t)$ が一定だからこれを $C(r)$ と書いて積分の外へ出せることができる。そして離散形で表すと

$$D_{2i-1} = \frac{4}{N} \sum_{r=1}^N \left(\int_{T_{r-1}}^{T_r} \sin(2\pi(2i-1)t) dt \right) C(r) \quad (3.13)$$

になり、ここで $J(i,r)$ を定義する。

$$J(i,r) = \frac{4}{N} \int_{Tr-1}^{Tr} \sin(2\pi(2i-1)t) dt \quad (3.14)$$

(3.14) を使い (3.16) を次式に変形することができる。

$$D_{2i-1} = \sum_{r=1}^N J(i,r) C(r) \quad (3.15)$$

行列式で表すと

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_3 \\ D_5 \\ D_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

行列を一般形で表すと

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ D_{2N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{1N} \\ J_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & J_{(N-1)N} \\ J_{N1} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{N(N-1)} & J_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_N \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

フーリエスベクトル

直交行列 J

多重波形

$N=4$ のとき $[J]$ を計算した結果を示す。

$$J = \begin{bmatrix} 0.0969 & 0.2760 & 0.4131 & 0.4872 \\ 0.2620 & 0.4625 & 0.0920 & -0.3921 \\ 0.3521 & 0.0826 & -0.4153 & 0.2353 \\ 0.3499 & -0.2967 & 0.1982 & -0.0696 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

よって、あるフーリエスペクトルが決まれば多重波形を $[J]$ の逆行列により計算することができる。次式で示す。

$$[C] = \text{INV}([J])[D] \quad (3.19)$$

図 3.4 は(3.18)の値を使って多重波形とその対応した正弦波を一緒にプロットするものである。

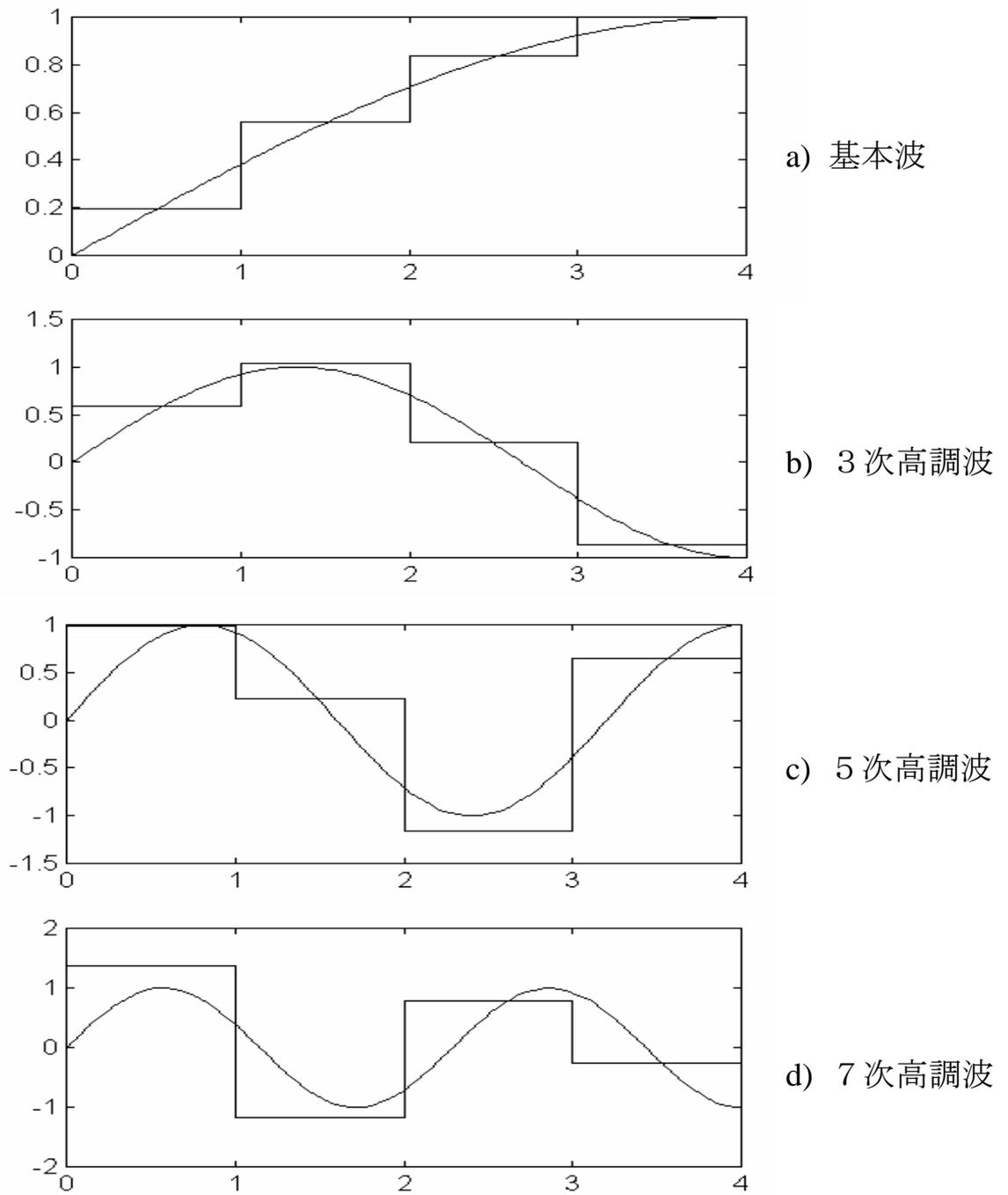


図 3.4 多重波形と正弦波波形

3.3 まとめ

ウォルシュ関数で、任意波形展開—合成のアルゴリズムは長いがより簡単のアルゴリズムを作ることができる。それはウォルシュ関数の各等分中で波形を平均するだけである。その 2 つのアルゴリズムの結果は同じである。

正弦波と直交性をもつ [J] は、多重波形を合成するためであり、特徴としてはフーリエスペクトルから直接作ることができるからである。作って来た多重波形では正弦波の他の高調波に直交しているため、他の高調波成分は出てこない。

第4章 直接計算によるPWMの合成方法（等分数とスイッチング数が同じ場合）⁽²⁾

本研究のPWMパターン合成方法ではいろいろなやり方、考え方があり、それぞれの合成方法を大きく別けると2種類になる。まず、

1) **直接計算**によりPWMパターンを合成する方法。この方法の特徴は、計算アルゴリズムが簡単であり、計算時間が非常に短くなり、高調波の少ないPWMパターンを得ることができる。この合成方法を本章と第5章で説明する。

2) **繰り返し計算**によりPWMパターンを合成する方法。この方法の特徴は、PWMパターンの高調波をさらに減少することができる。しかし、計算では繰り返しているため1)の方法より計算時間が長くなる。この合成方法は第6章で詳しく説明する。

本章の合成方法は区間 $[0 \sim 1/4]$ に対し、ウォルシュ等分数とスイッチング数が同じ場合である。項目4.1の合成方法はウォルシュ関数を使って正弦波（指令値）を展開して展開係数でPWMパターンを合成するやり方である。項目4.2の合成方法では項目3.1の結果により、直接指令値の平均値からPWMパターンを合成する方法である。両方とも合成したPWMパターンの結果は全く同じだが項目4.2は項目4.1の合成方法より簡単、そして分かりやすいと思われる。

4.1 指令値のスペクトルを合わせる方法

図 4.1 は指令値のスペクトルを合わせるアルゴリズムの考え方を示す。このアルゴリズムの目的は合成した PWM パターンを指令値に近づけることである。やり方としてはまず、指令値のウォルシュ展開係数 B_{2i-1} を計算する。指令値が正弦波の場合は、項目 2.1.4 で計算した B_{2i-1} と同じものである。次に PWM パターンのスイッチングとウォルシュスペクトル B'_{2i-1} の関連を導く。詳しいことは項目 4.1.1 で説明する。

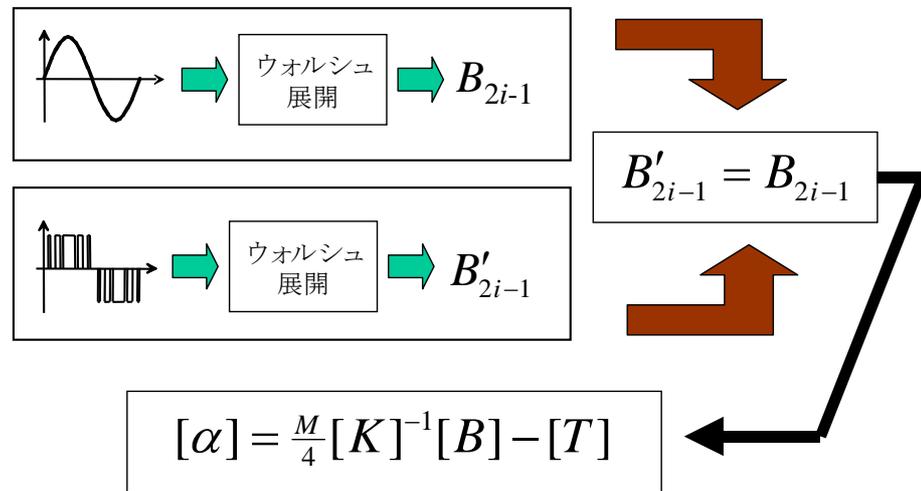


図 4.1 指令値のスペクトルを合わせる方法

この時点で $B'_{2i-1} = B_{2i-1}$ ($i=1, 2, 3, 4, \dots, \infty$) ならば PWM パターンは正弦波になる。それは数学的な話であるが実際では i が ∞ までを合わせることはできない。 i が ∞ までを合わせると PWM パターンのスイッチング周波数は無限大になってしまう。実際は i をどこまで合わせるか、それはパワーのスイッチング周波数で決めることである。そして最後に PWM パターンのスイッチング関数 $[\alpha]$ を指令値の展開係数 B_{2i-1} から計算することができ、項目 4.1.4 で説明する。

4.1.1 PWM波形のウォルシュ展開

フルブリッジPWMインバータの出力波形は (+1,0,-1) 3つのレベルが存在する。しかし、PWMパターンの対称性を使うと区間 [0 ~ 1/4]周期だけで計算でき、さらに出力レベルが (+1,0) 2つに減らすことができる。PWM波形を $f(t)$ とし、スイッチング関数を $[\alpha]$ とする。次式は $f(t)$ の定義をする。

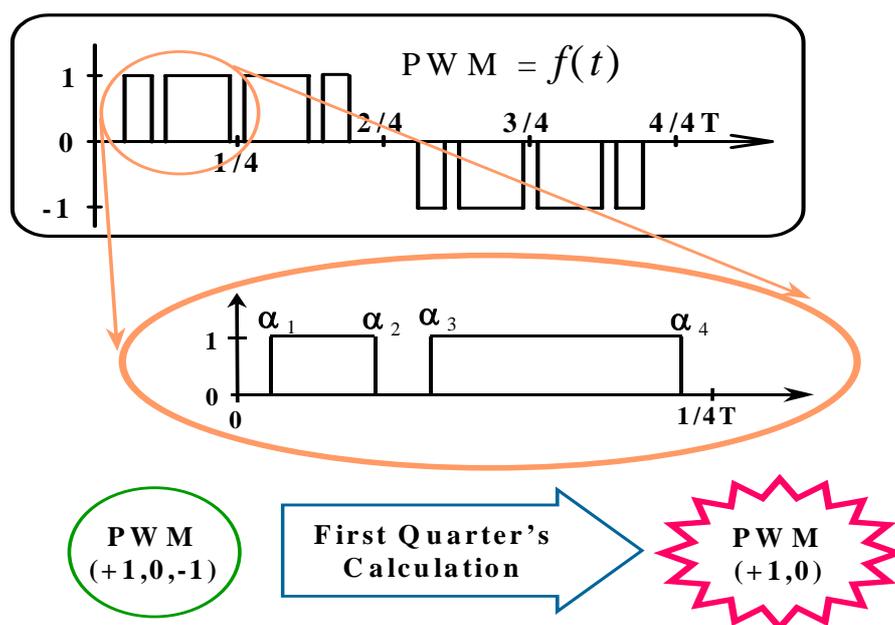


図 4.2 PWM波形の定義

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t = [\alpha_1, \alpha_2], [\alpha_3, \alpha_4], \dots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.1)$$

when $0 \leq t \leq 1/4$

$f(t)$ の性質を正弦波と同じように、平均値 0 の奇関数とすると $f(t)$ のウォルシュ展開は正弦波と同様になる。

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \{B'_{2i-1} \text{sal}(2i-1, t)\} \quad (4.2)$$

$$B'_{2i-1} = 4 \int_0^{1/4} f(t) \text{sal}(2i-1, t) dt \quad (4.3)$$

$$i = 1, 2, 3, 4, \dots$$

スイッチング関数[α]を計算する前に、区間 $[0 \sim 1/4]$ を N 等分にする。ただし N が 2 のべき乗 (2, 4, 6, 8, ...) とする。図 4.3 は $N=4$ での PWM パターン計算例を示す。PWM パターンとして実現できるためには、1つの等分中に必ず1つのスイッチングが存在し、となり合うの二つのスイッチングと一緒にして一つのパルスになるようにすることが必要なことである。

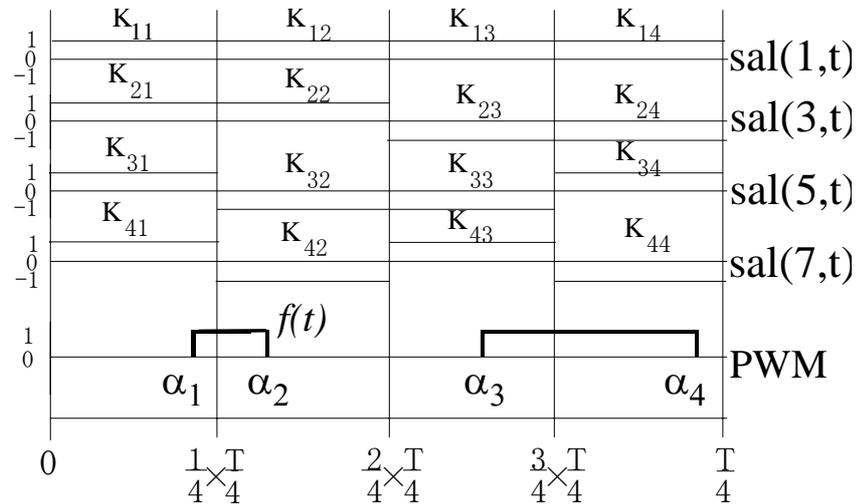


図 4.3 $N=4$ での PWM パターン導出法

図 4.3 で示したように、 N 等分中では $\text{sal}()$ が +1, -1 の値しかないので計算が簡単になる。行列で計算するために、 $\text{sal}()$ を K_{ij} に書き換えると

$$K_{ij} = \text{sal}\left(2i-1, \frac{j-1}{4N}\right) \quad (4.4)$$

になる。 K_{ij} はウォルシュ関数の性質と全く同じものであり、対称性、直交性をもつ関数である。次のような関係を書くことができる。

$$K_{ij} = K_{ji} \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1,2,3,\dots}^N (K_{ij})^2 = N \quad (4.6)$$

(4.3) から(4.4)を使って式を変形すると次式になる。

$$\begin{aligned} \frac{B'_{2i-1}}{4} &= \int_0^{1/4} f(t) \text{sal}(i,t) dt \\ &= K_{i1} \int_0^{1/4N} f(t) dt + K_{i2} \int_{1/4N}^{2/4N} f(t) dt + \dots \\ &\quad + K_{i(N-1)} \int_{\frac{N-2}{4N}}^{\frac{N-1}{4N}} f(t) dt + K_{iN} \int_{\frac{N-1}{4N}}^{1/4} f(t) dt \end{aligned} \quad (4.7)$$

ここで、(4.7)の積分値は PWMパターンの定義(4.1)により積分値が直接スイッチング関数[α]で表すことができる。その考え方は図 4.4 で示す。

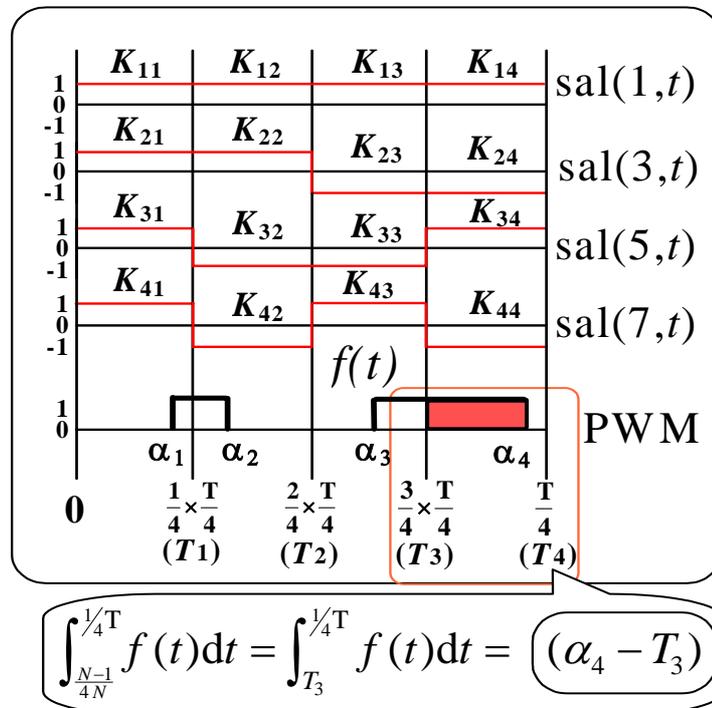


図 4.4 スwitching関数[α]で積分値を表す方法

(4.7)から(4.8)を使って式変形すると次式になる。

$$\begin{aligned}
 \frac{B_{2i-1}^i}{4} &= K_{i1}(T_1 - \alpha_1) + K_{i2}(\alpha_2 - T_1) + \dots + \\
 &\quad K_{i(N-1)}(T_{N-1} - \alpha_{N-1}) + K_{iN}(\alpha_N - T_{N-1}) \\
 &= K_{i1}(-\alpha_1) + K_{i2}(\alpha_2) + \dots + \\
 &\quad K_{i(N-1)}(-\alpha_{N-1}) + K_{iN}(\alpha_N) + \\
 &\quad K_{i1}T_1 + K_{i2}(-T_1) + \dots + \\
 &\quad K_{i(N-1)}(T_{N-1}) + K_{iN}(-T_{N-1})
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

ただし、

$$T_{2i-1} = \frac{2i-1}{N} \times \frac{1}{4} \quad i=1,2,3,\dots,N/2$$

ここまではスイッチング関数[α]とPWM波形のウォルシュスペクトル[B']の関連を求めることができた。

4.1.2 正弦波指令値と合わせる方法

以前で説明したように、PWMパターンの展開係数と正弦波の展開係数が同じであればPWMパターンが正弦波に近づけられる。式を分かりやすくするために、正弦波指令値を再び展開する。正弦波指令値を $M\sin(2\pi t)$: M は変調率とすると、正弦波指令値のウォルシュ展開は(4.10)と(4.11)になる。

$$M \sin(2\pi t) = \sum_{i=1}^{\infty} \{MB_{2i-1} \text{sal}(2i-1, t)\} \quad (4.10)$$

$$\frac{B_{2i-1}}{4} = \int_0^{1/4} \sin(2\pi t) \text{sal}(2i-1, t) dt \quad (4.11)$$

$i = 1, 2, 3, 4, \dots$

PWMパターンを正弦波指令値に近づけるために(4.11)の B_{2i-1} と(4.9)の B'_{2i-1} を等しくする。次式が得られる。

$$MB_{2i-1} = B'_{2i-1} \quad (4.12)$$

(4.12)を(4.9)に代入し、行列により表すと

$$\frac{M}{4} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_3 \\ \dots \\ B_{2N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2N} \\ \dots & & & \\ K_{N1} & K_{N2} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2N} \\ \dots & & & \\ K_{N1} & K_{N2} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_1 \\ -T_1 \\ \dots \\ -T_{N-1} \end{bmatrix}$$

になり、さらに簡略すると

$$\frac{M}{4}[B] = [K] \times [\alpha] + [K] \times [T] \quad (4.13)$$

になる。(4.13)では正弦波指令値（任意指令値）のウォルシュスペクトルから直接PWMパターンのスイッチングを計算することができた。 $[K]$ が+1,-1 の値により、計算方法を簡単であり、計算時間も非常に短くすることができる。（計算時間に関しては項目 4.2 で示す。）

4.1.3 逆行列の簡単な計算方法

(4.13)からみるとPWMパターンのスイッチング関数 $[a]$ を計算するために $[K]$ の逆行列が必要である。ここでウォルシュ関数の性質により、 $[K]^{-1}$ を簡単に計算することができる。その証明を以下に述べる。ここで具体例から簡単に説明すると、 $N=4$ の場合、 $[K]$ の直交行列性質からみると

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

When $N=4$

$$\begin{aligned} [K] \times [K] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \\ &= 4[I] \end{aligned} \quad (4.15)$$

となる。一般化にすると $[K]$ の性質は次になる。

$$[K] \times [K] = N[I] \quad (4.16)$$

(4.16)両辺 $[K]^{-1}$ をかけると

$$\begin{aligned} [K]^{-1}[K][K] &= [K]^{-1}N[I] \\ ([K]^{-1}[K])[K] &= [K]^{-1}N[I] \\ [I][K] &= N[K]^{-1} \\ \frac{1}{N}[K] &= [K]^{-1} \\ [K]^{-1} &= \frac{1}{N}[K] \end{aligned} \tag{4.17}$$

$[K]$ の逆行列は、ただ定数 N を $[K]$ にかけるだけであり、非常に簡単で分かりやすいものである。

4.1.4 PWM波形のスイッチング関数の計算方法

(4.13)から、(4.17)を使ってPWMパターンのスイッチング関数 $[\alpha]$ を求めると

$$[\alpha] = \frac{M}{4N} [K] \times [B] - [T] \quad (4.18)$$

になる。

$[K]$ の逆行列の計算が簡単なのでスイッチング関数の誘導式が非常に短くなる。 M は行列を掛けているので M を変数とするときにスイッチング関数 $[\alpha]$ が直線変化になることが分かる。指令値が純正弦波であるかぎり、 $[B]$ の値が一定であり、変数は変調率 M しか変化しない。従って、 $[K],[B],[T]$ は定数であり、変調率 M によりスイッチングが変わることになる。

4.2 指令値の平均値を合わせる方法

ウォルシュスペクトルからPWMパターンの合成方法のポイントは積分値を直接にPWMパターンのスイッチングの関係求めることである。簡単にいうと、各等分の面積をスイッチングに換えること。ここで、項目 4.1.1 に述べたウォルシュスペクトルからPWMパターンの合成アルゴリズムは図 4.5 の 4a) のようになる。さらに“アルゴリズムの展開”をすると、4b) と 4c) のようになる。

アルゴリズム 4a) の $B_{2^{i-1}}$ から PWM までの流れでは各等分の“平均面積”を利用して PWM パターンのスイッチングを作る。この段階では各等分の面積で合わせることである。同じ考え方で $B_{2^{i-1}}$ を使って、多重波形に合成し、多重波形の各等分の面積から PWM パターンのスイッチングを作ることにもできる。よって、4a) の $B_{2^{i-1}}$ から PWM までの流れを“多重波形の合成”と“面積からスイッチング”に変えることができ、アルゴリズム 4b) に示す。

アルゴリズム 4b) では、以前で説明した項目 3.1 により、正弦波から波形をウォルシュ展開し、展開係数を使って多重波形を合成するまでの流れは直接ウォルシュ関数の各等分波形を平均したのと同じ多重波形である。よって、4b) から 4c) に変えることができる。

実際にもそれぞれのアルゴリズム 4a)、4b)、4c) の結果は全く同じ PWM パターンである。以下にアルゴリズム 4c) を詳しく説明する。

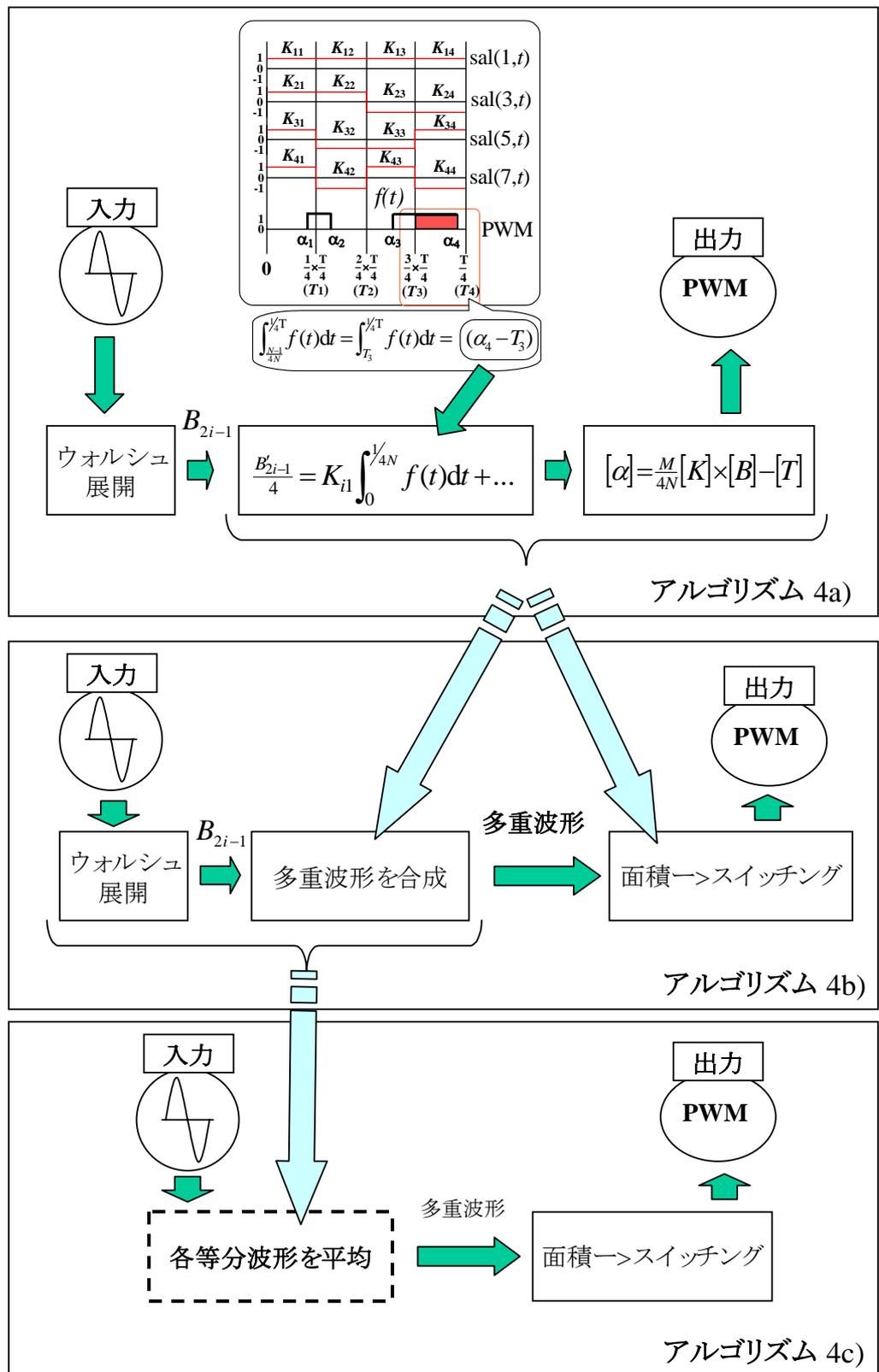


図 4.5 アルゴリズムの展開

アルゴリズム 4c)では二つのブロックがあり、各等分波形を平均するそして面積からスイッチングに変換するものである。各等分波形を平均するアルゴリズムは項目 3.1 で説明したので面積からスイッチングに変換するアルゴリズムを説明する。面積からスイッチングに変換するブロックの役目は、多重波形をPWM波形に変えるものである。このアルゴリズムの考え方は、**多重波形とPWM波形両方の各等分面積を等しくすること**である。図 4.6 は多重波形をPWM波形に変換する方法を示す。

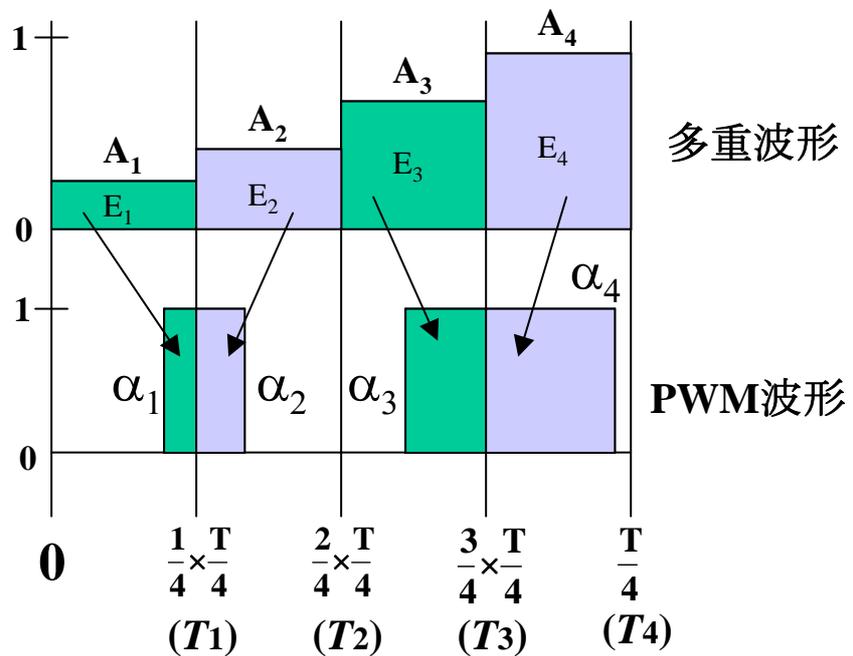


図 4.6 多重波形をPWM波形に変換する方法 ($N=4$)

等分数 $N=4$ のとき、実際例をあげ、説明する。多重波形を[A]とし、 $[\alpha]$ はPWM波形のスイッチング関数とし、[E]は各等分の面積を示したものとする。第3章(3.2)で説明したように[A]と[E]の関係は次式で表すことができる。

(3.2)から

$$E(i) = \frac{1}{4N} A(i) \quad (4.19)$$

$$i=1,2,3,4$$

PWM波形の各等分の面積を計算すると、

$$\begin{aligned}
 (T_1 - \alpha_1) &= E_1 = \frac{1}{4N} A_1 \\
 (\alpha_2 - T_1) &= E_2 = \frac{1}{4N} A_2 \\
 (T_3 - \alpha_3) &= E_3 = \frac{1}{4N} A_3 \\
 (\alpha_4 - T_3) &= E_4 = \frac{1}{4N} A_4
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

になり、行列で表すと

$$\begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ \alpha_2 \\ -\alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_1 \\ -T_1 \\ T_3 \\ -T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4N} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

になる。行列を簡略し、 $[A]$ と $[\alpha]$ の関係を求め、そして一般化に書き換えると

$$[\alpha] = \frac{1}{4N} [A] - [T] \tag{4.22}$$

$$T_{2i-1} = \frac{2i-1}{N} \times \frac{1}{4} \quad i=1,2,3,\dots,N/2$$

になる。また、入力を $M \sin(2\pi t)$ にしたとき、 M が変調率とし、(4.22)のように表すと次式になる。

$$[\alpha] = \frac{M}{4N} [A_c] - [T] \tag{4.23}$$

ただし、 $[A_c]$ は $1 \sin(2\pi t)$ の各等分平均値の多重波形とする。

各等分平均値から計算した(4.23)ではウォルシュスペクトルから計算した(4.18)に非常に似た形である。(4.23)はウォルシュ関数の最終結果を使って考えたものであり、しかも(4.23)ではウォルシュ関数を使わないで多重波形そのままPWMに変換することができ、(4.18)より簡単な計算方法を得られる。(4.23)と(4.18)のPWMパターン計算結果は全く同じものである。ウォルシュ関数を使わないことによって、等分数は偶数で行うことができる。つまり、 $N=2,4,6,8,10,\dots$ で計算できる。それは(4.18)との大きな違いである。両式の特徴としては、変調率 M が行列に掛算することによって、 M と PWMパターンのスイッチングが線形的な関係になる。

(4.23)と(4.18)の計算時間を比較した。(4.18)では $[B],[K],[T]$ を定数とし、スイッチング関数 $[\alpha]$ の計算時間は 166×10^6 であった。(4.23)では $[Ac],[T]$ を定数とし、スイッチング関数 $[\alpha]$ の計算時間は 68.3×10^6 である。(4.23)を(4.18)と比べると **2.43 倍の速さ**で計算することができた。

4.3 計算結果と実験結果

PWMパターンを評価するためにPWMパターンのフーリエ展開方法を説明する。スイッチング関数 $[\alpha]$ が決まったときは、フーリエ展開は直接スイッチング関数から求めることができる。簡単のために $N=4$ のときの計算例をあげる。

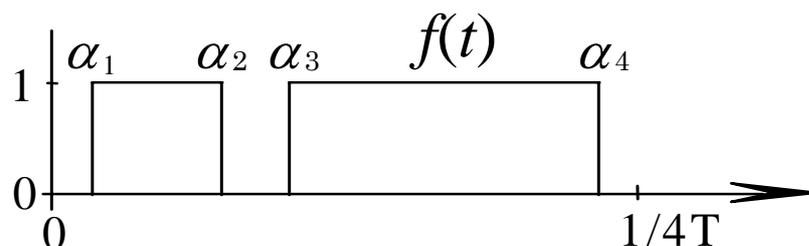


図 4.7 PWM波形のフーリエ展開

C をフーリエ高調波成分とすると、 $f(t)$ の高調波は

$$\begin{aligned} \frac{C_{2i-1}}{4} &= \int_0^{T/4} \sin(2\pi(2i-1)t) dt \\ &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(2\pi(2i-1)t) dt + \int_{\alpha_3}^{\alpha_4} \sin(2\pi(2i-1)t) dt \quad (4.24) \end{aligned}$$

になる。

一般化にすると

$$\begin{aligned} C_{2i-1} &= 4 \sum_{j=1,2,3,\dots}^{N/2} \int_{\alpha_{2j-1}}^{\alpha_{2j}} \sin(2\pi(2i-1)t) dt \\ &= \frac{4}{2\pi(2i-1)} \sum_{j=1,2,3,\dots}^{N/2} -\{\cos(2\pi(2i-1)\alpha_{2j}) - \cos(2\pi(2i-1)\alpha_{2j-1})\} \\ & \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (4.25) \end{aligned}$$

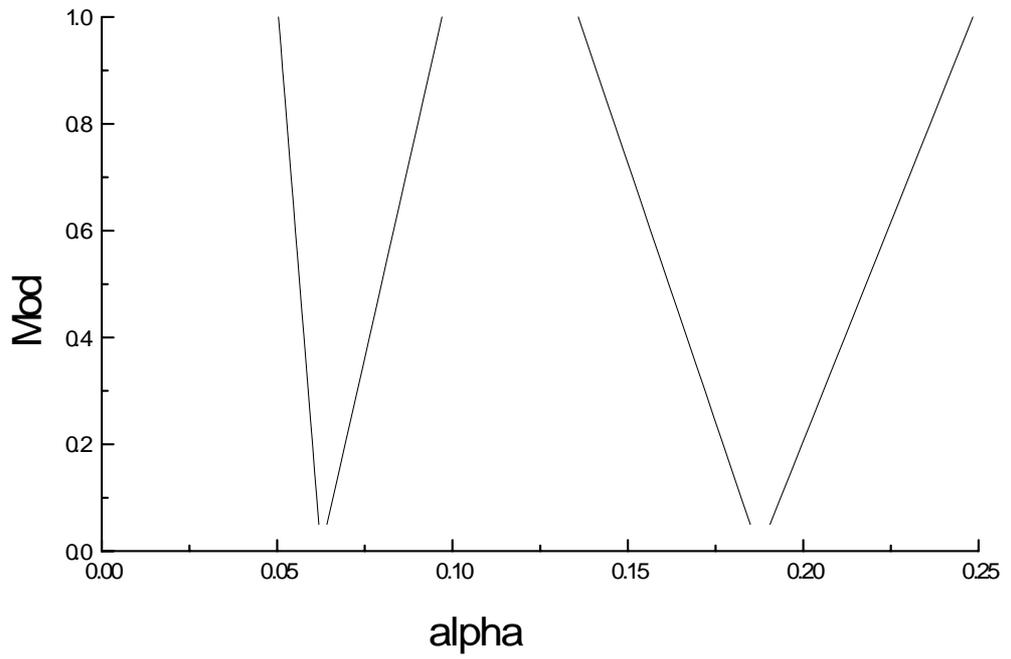
になる。

もう一つの大切な評価は THD (歪み) である。THD は二つの種類に別けることにした。THD_NW (THD No-Weight) 重みがない歪みとし、THD_W (THD Weight) 重みがある歪みとする。以下に二つの THD の定義をする。

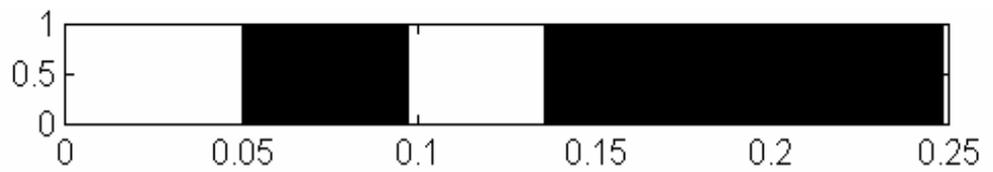
$$\text{THD_NW}(l) = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^l (C_{2i-1})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^l (C_{2i-1})^2}} \times 100 \text{ [%]} \quad (4.26)$$

$$\text{THD_W}(l) = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^l \frac{1}{2i-1} (C_{2i-1})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^l \frac{1}{2i-1} (C_{2i-1})^2}} \times 100 \text{ [%]} \quad (4.27)$$

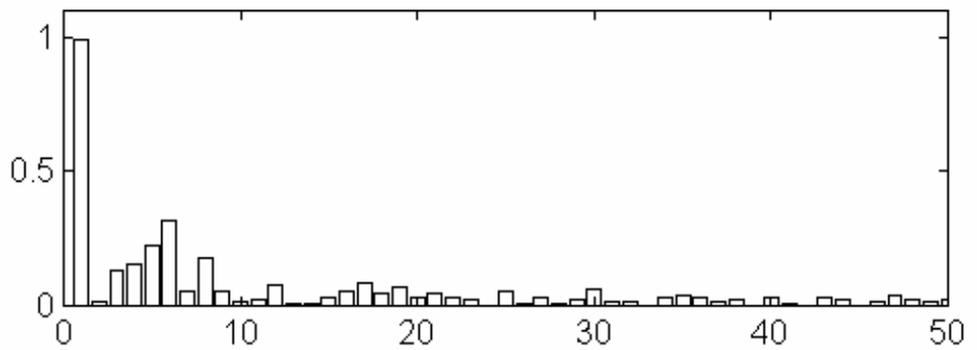
ただし、 l は最終高調波次数とする。



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

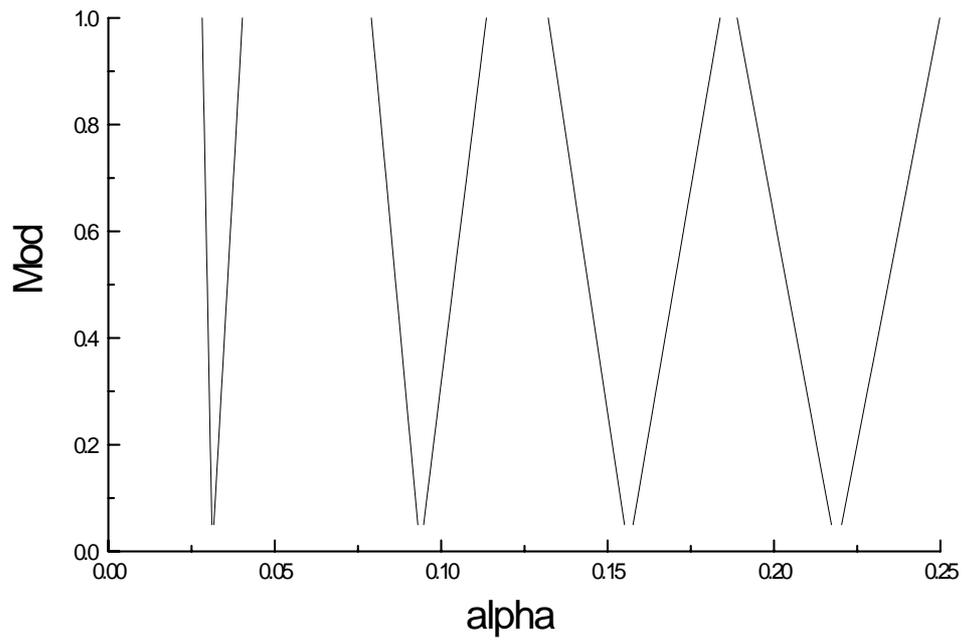


b) PWMパターン 変調率 $M = 1.0$

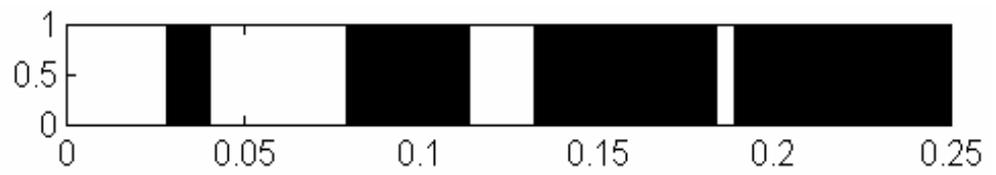


c) フーリエスペクトル 変調率 $M = 1.0$

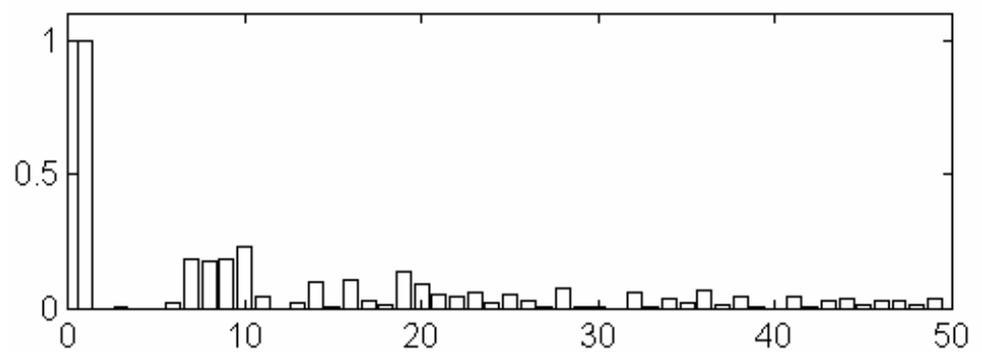
図 4.8 ウォルシュ計算結果 $N=4$



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[a]$

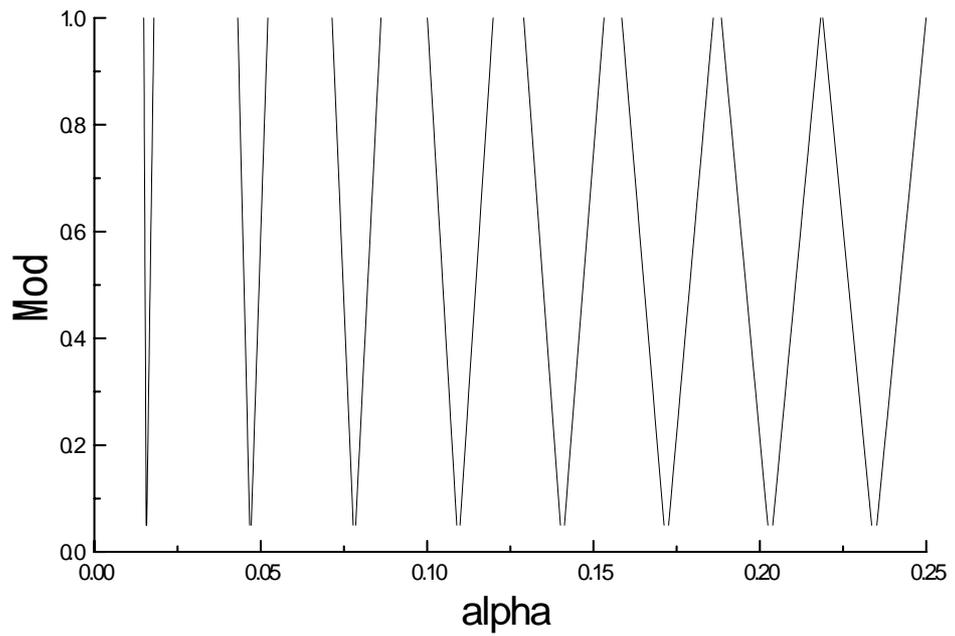


b) PWMパターン 変調率 $M = 1.0$



c) フーリエスペクトル 変調率 $M = 1.0$

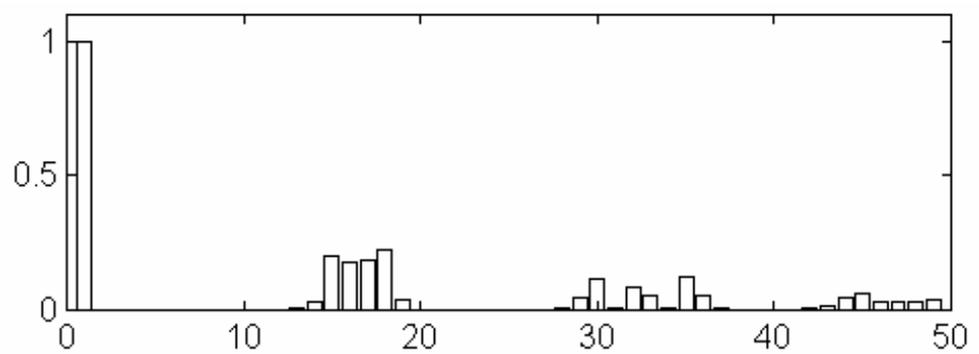
図 4.9 ウォルシュ計算結果 $N=8$



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[a]$

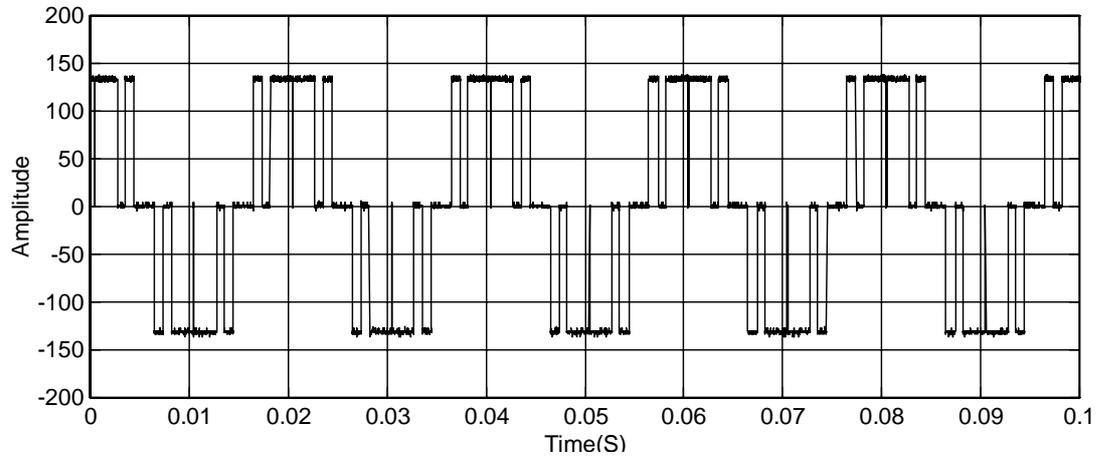


b) PWMパターン 変調率 $M = 1.0$

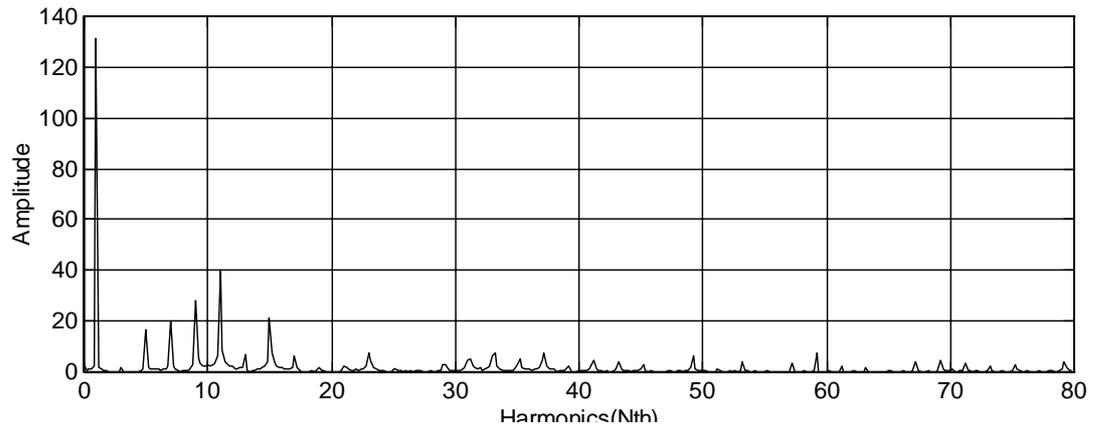


c) フーリエスペクトル 変調率 $M = 1.0$

図 4.9 ウォルシュ計算結果 $N=16$

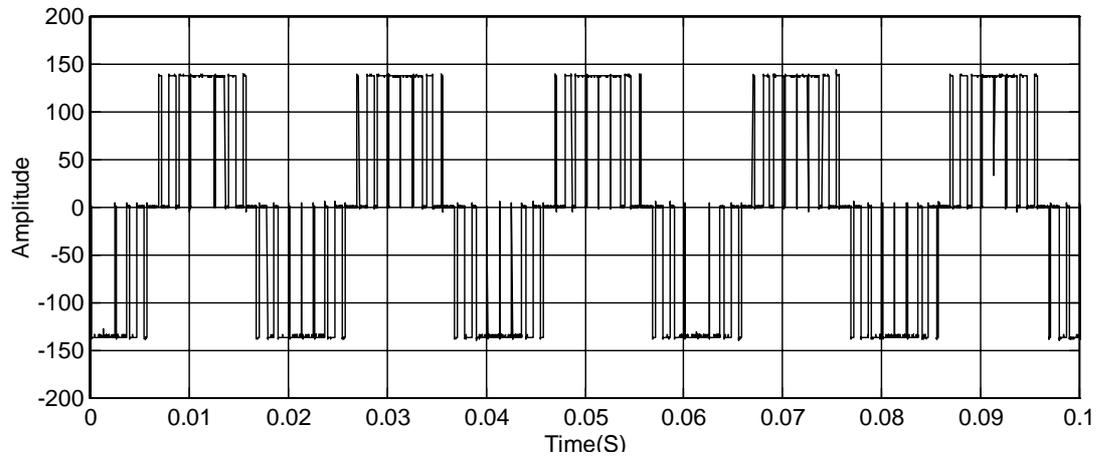


a) PWM 波形

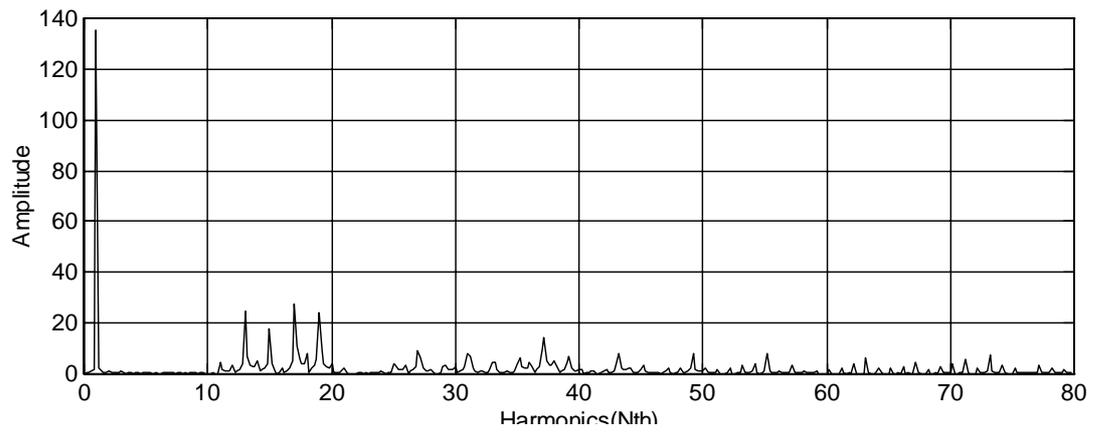


b) フーリエスペクトラム

図 4.10 ウォルシュの実験結果 $N=4$, 変調率 $M=1.0$

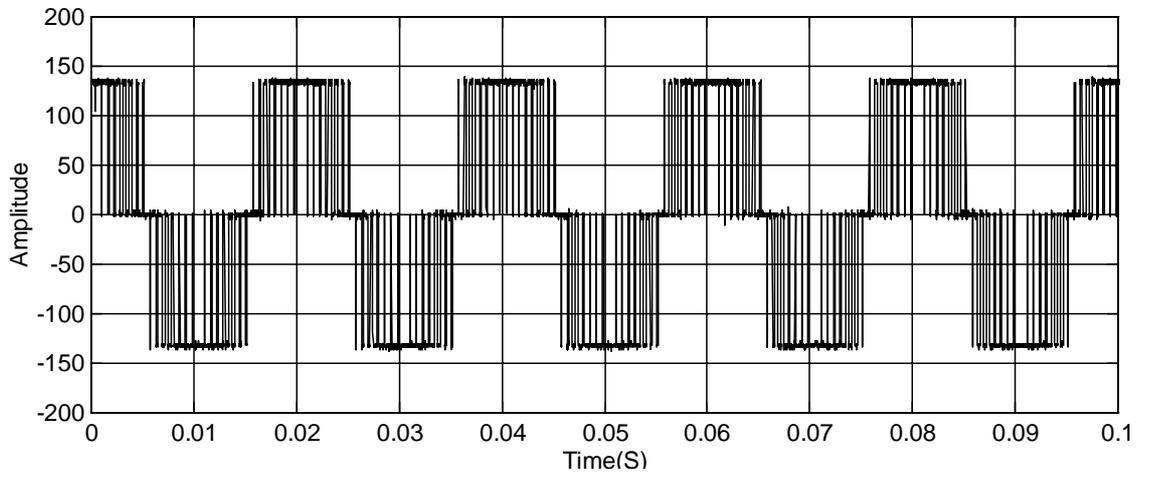


a) PWM 波形

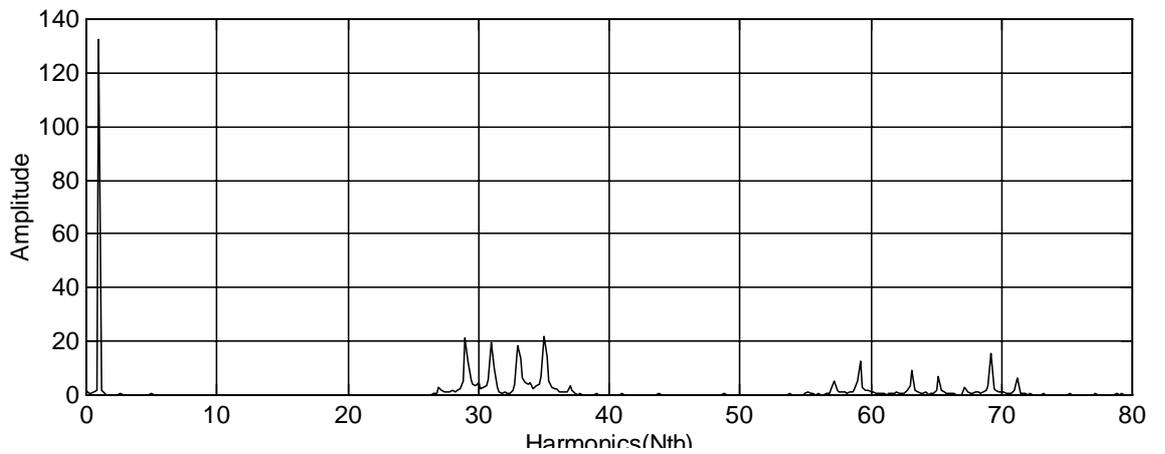


b) フーリエスペクトラム

図 4.11 ウォルシュの実験結果 $N=8$, 変調率 $M=1.0$



a) PWM波形



b) フーリエスペクトル

図 4.12 ウォルシュの実験結果 $N=16$, 変調率 $M=1.0$

4.4 三角波比較法との比較

三角波比較法ではいろいろなやり方がある。ウォルシュ関数の合成法と比較するために、大切な条件は“一周期のスイッチング数を同じ”にすることである。作り方としては、ウォルシュ関数の等分数と同じような三角波を作り、それを使ってPWM波形を作る。ここで、三角波比較法の作り方を示す。

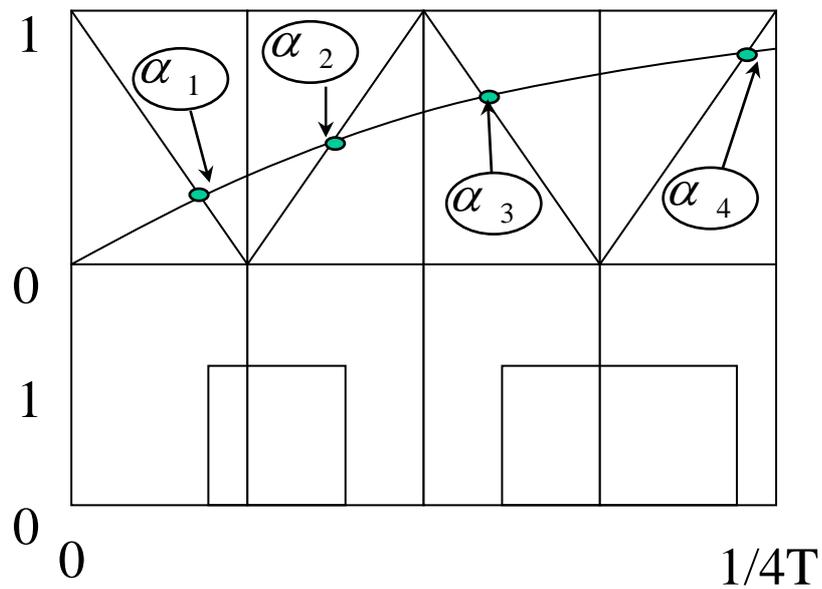
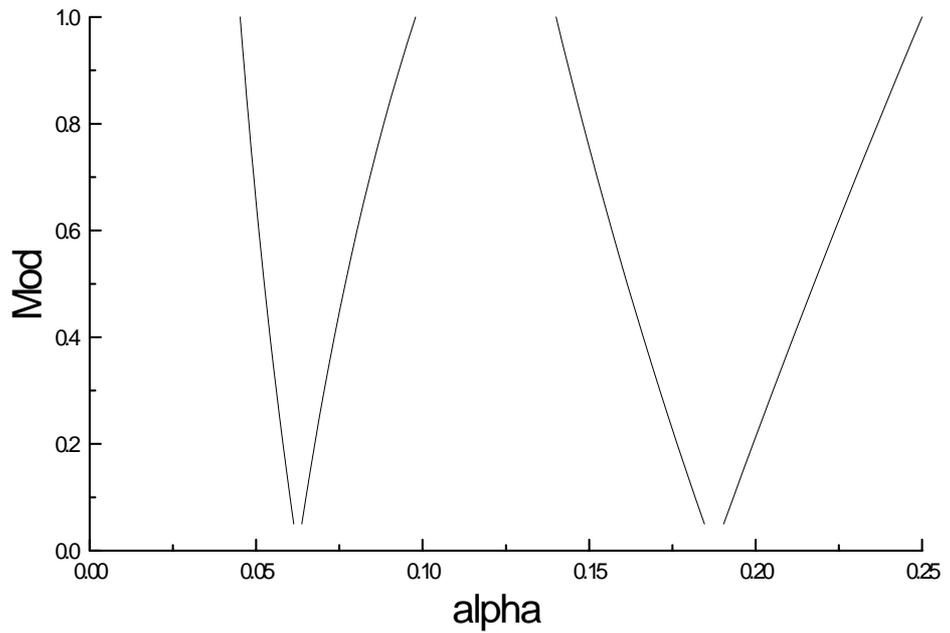


図 4.13 三角波比較法の作り方 $N=4$ の場合

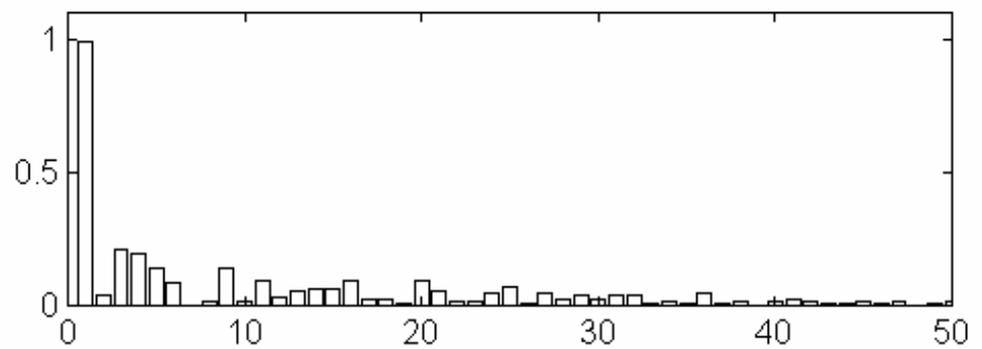
以下にウォルシュ関数によるPWM合成波法と三角波比較法の結果比較を示す。比較するまえに計算した三角波形と実験結果の一覧を示す。



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

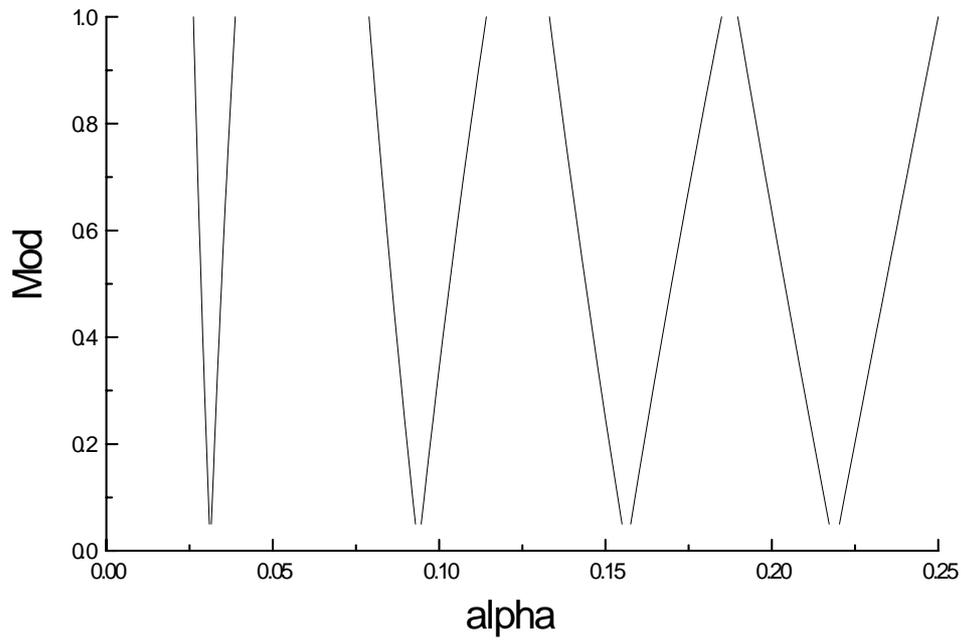


b) PWMパターン 変調率 $M = 1.0$

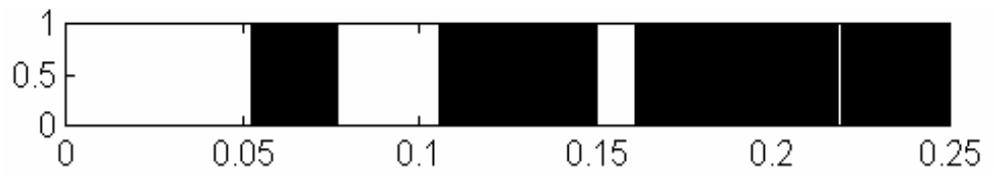


c) フーリエスペクトル 変調率 $M = 1.0$

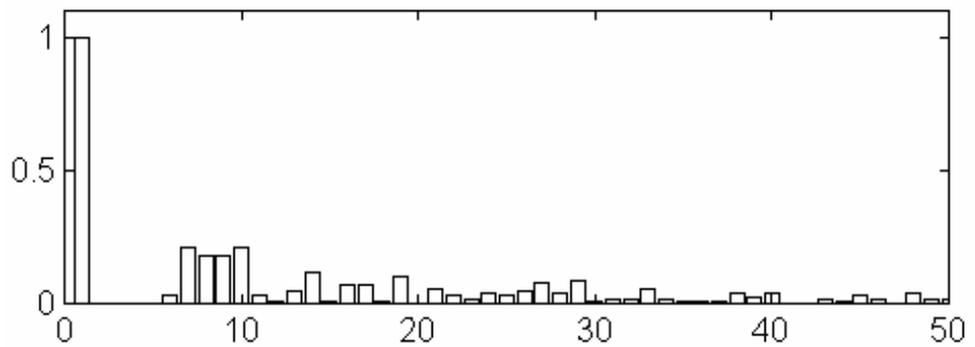
図 4.14 三角波比較法の計算結果 $N=4$



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

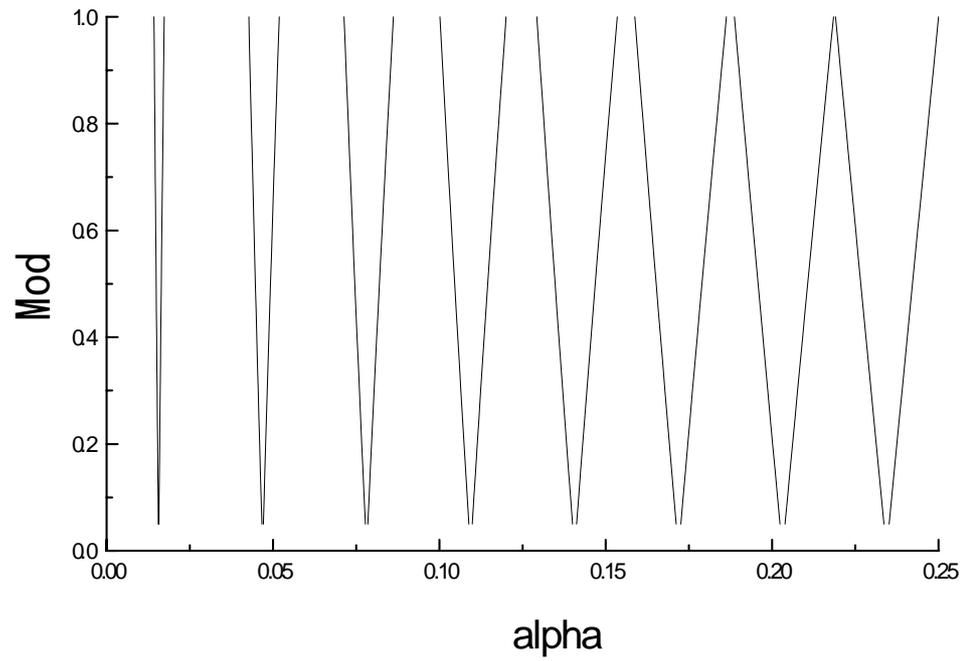


b) PWMパターン 変調率 $M = 1.0$

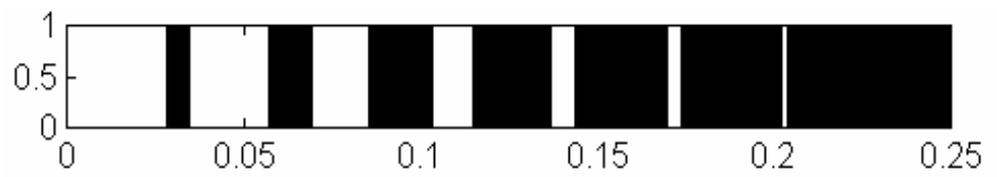


c) フーリエスペクトル 変調率 $M = 1.0$

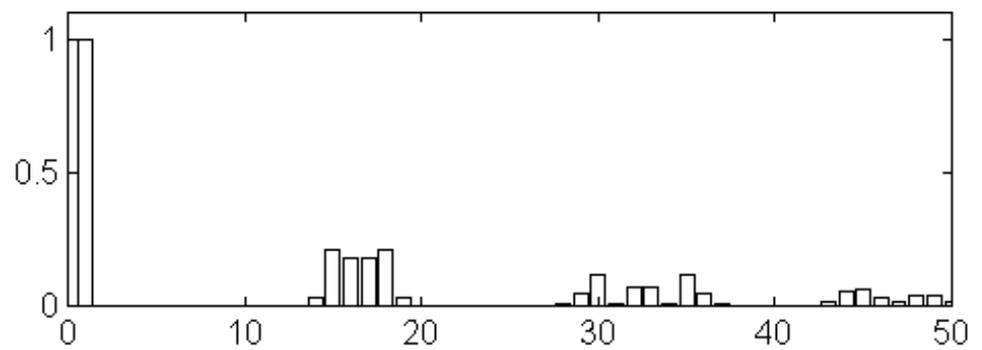
図 4.15 三角波比較法の計算結果 $N=8$



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

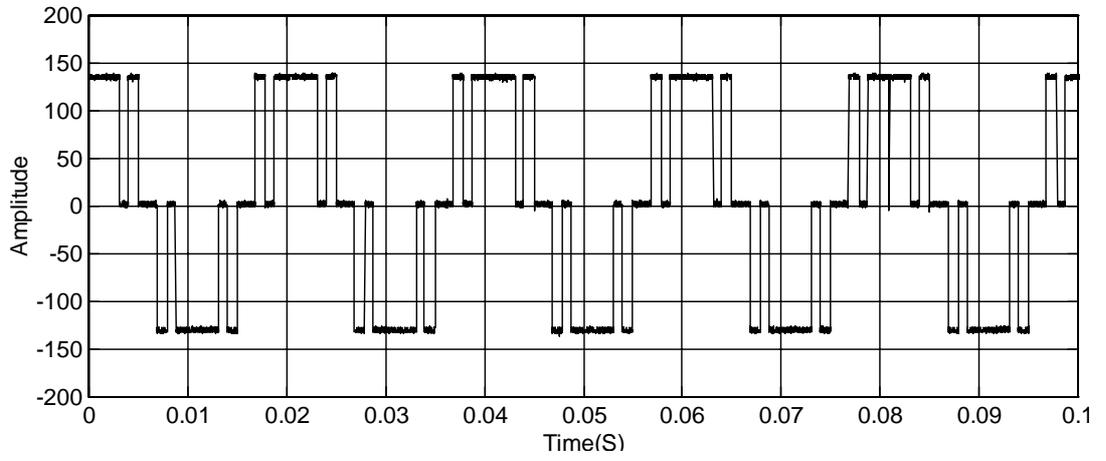


b) PWMパターン 変調率 $M = 1.0$

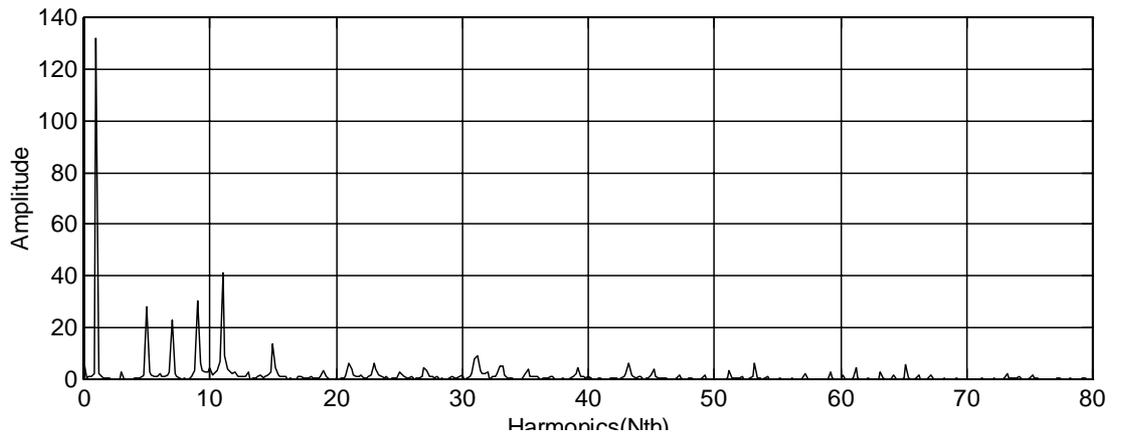


c) フーリエスペクトル 変調率 $M = 1.0$

図 4.16 三角波比較法計算結果 $N=16$

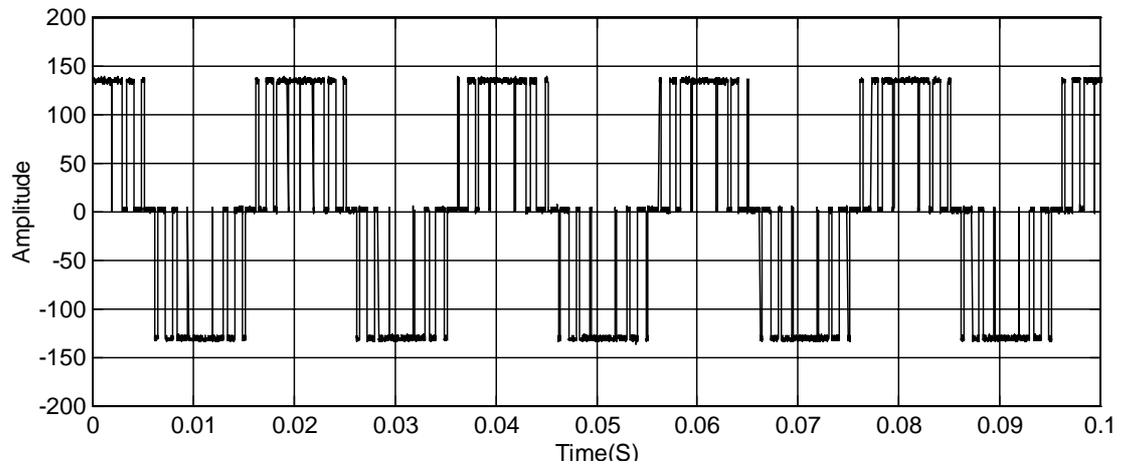


a) P W M波形

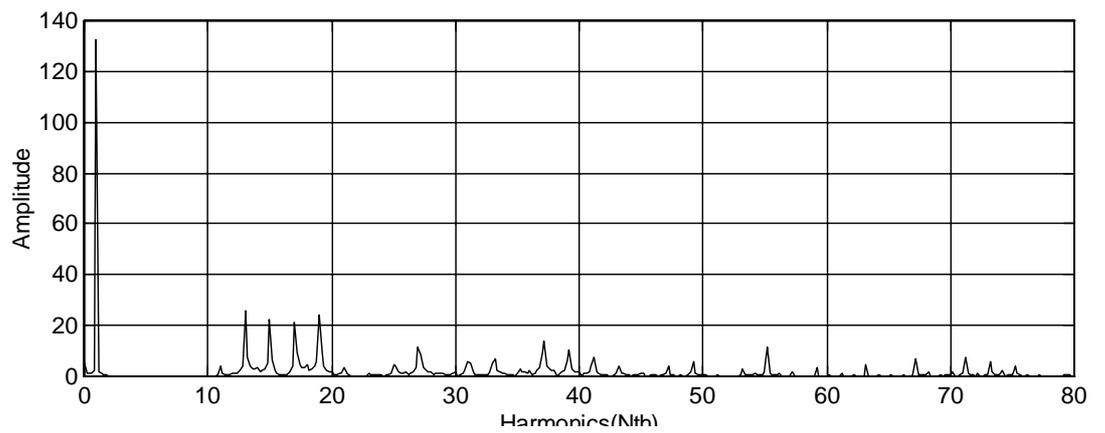


b) フーリエスペクトル

図 4.17 三角波比較法の実験結果 $N=4$, 変調率 $M=1.0$

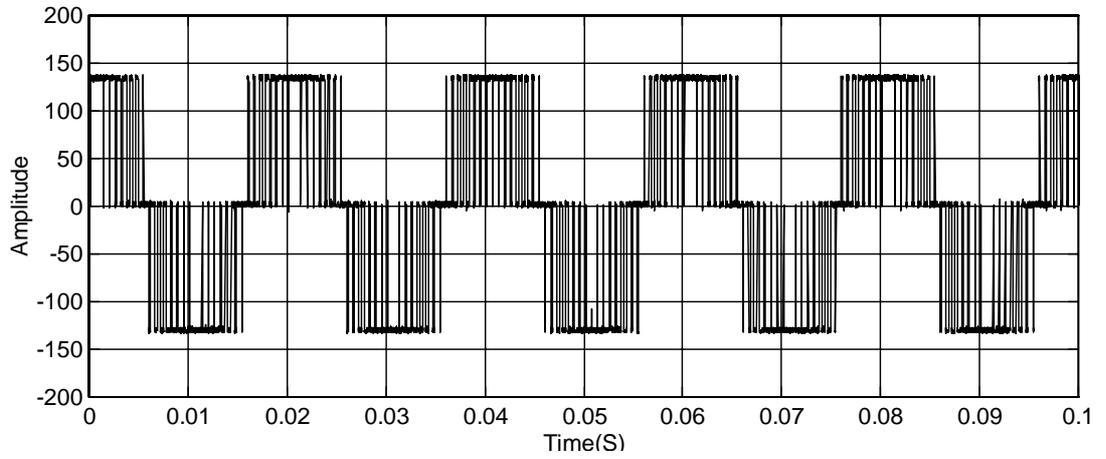


a) P W M波形

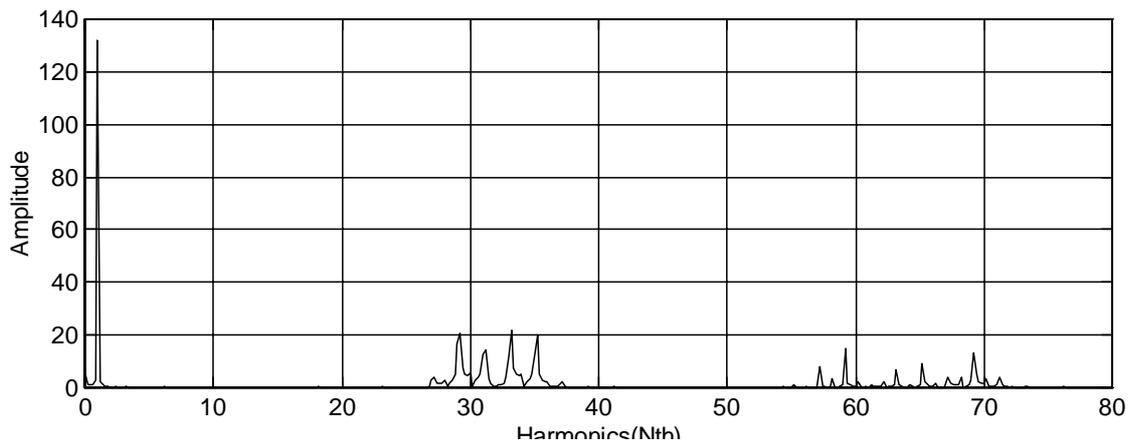


b) フーリエスペクトル

図 4.18 三角波比較法の実験結果 $N=8$, 変調率 $M=1.0$



a) PWM波形



b) フーリエスペクトル

図 4.19 三角波比較法の実験結果 $N=16$, 変調率 $M=1.0$

次にウォルシュ方式と三角方式の歪みの計算結果を比較する。

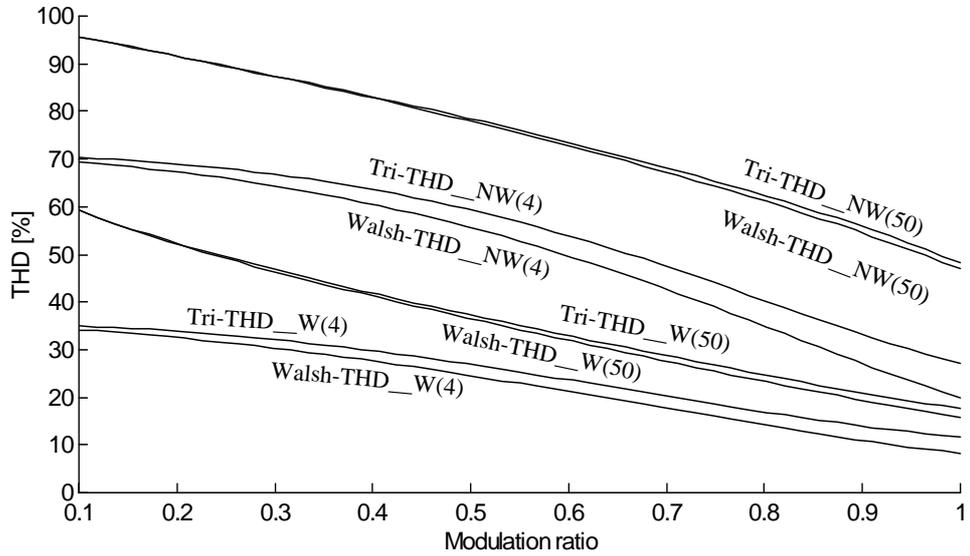


図 4.20 変調率[M]に対する三角波形比較法とウォルシュ計算法の歪み比較 N=4

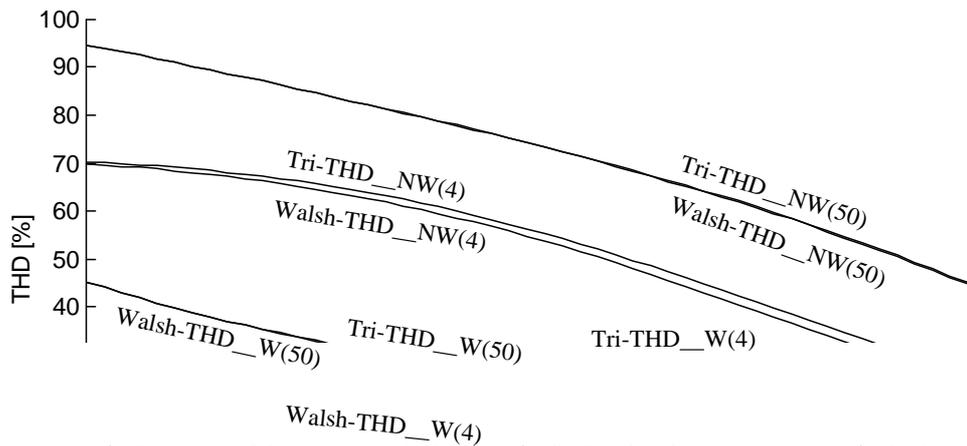


図 4.21 変調率に対する三角波形変調法とウォルシュ変調法の歪み比較 N=8

図 4.21 変調率[M]に対する三角波形比較法とウォルシュ計算法の歪み比較 N=8

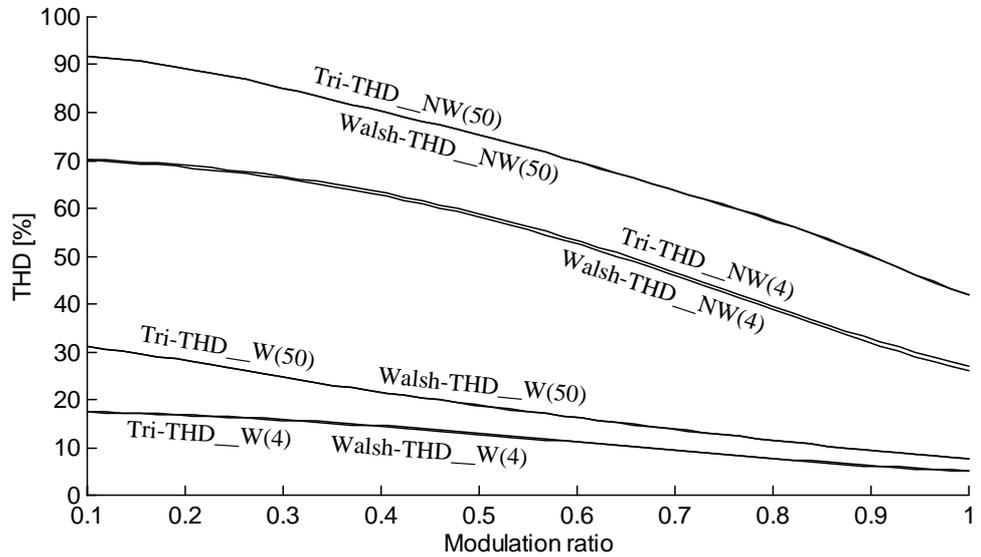


図 4.22 変調率 $[M]$ に対する三角波形比較法とウォルシュ計算法の歪み比較 $N=16$

ウォルシュ合成法ではスイッチングが小さいとき $N=4$ 三角波比較法より THD が小さい。特に低次高調波 (3,5,7 次) が三角波比較法より小さい。スイッチングが多くなると、 $N=16$ ではほとんど同じ波形を得られる。

4.5 まとめ

ウォルシュ関数により等分数とスイッチング数が同じ場合は二つの方法でPWMパターンを合成することができる。それは、

- 1)指令値のスペクトルを合わせる方法
- 2)指令値の平均値を合わせる方法である。

ウォルシュ展開—合成のアルゴリズム結果を使うことにより、指令値のスペクトルを合わせるアルゴリズムを展開することができ、指令値の平均値を合わせるアルゴリズムに変えることができる。指令値の平均値を合わせるアルゴリズムではさらに簡単な計算方法を得られる。しかも、この二つの方法の合成したPWMパターン波形は同じものである。その考え方は数学的に証明することができる。

PWM波形を各等分にスイッチングが存在すると仮定すればスイッチングとウォルシュスペクトルの関係を求められる。PWM波形のウォルシュスペクトルと正弦波指令値のウォルシュスペクトルを等しくすればPWM波形が正弦波指令値に近づけられる。スイッチング関数を計算するために $[K]$ の逆行列が必要である。ウォルシュ関数の直交性により $[K]$ の逆行列が簡単に求められ、よって、スイッチング関数の計算式が非常に簡単な式になる。

計算結果と実験結果により、PWM波形とその高調波成分はほぼ同じものである。ウォルシュ関数の合成法では $N=4$ のとき低次高調波(3,5,7次)が三角波比較法より低い。スイッチングが高いとき $N=16$ は両者のPWM波形そして高調波成分がほぼ同じものになる。

第5章 直接計算によるPWMの合成方法（等分数とスイッチング数が異なる場合）

本章では、1/4周期中に等分数とスイッチング数が異なる場合のPWMパターンの合成方法を説明する。この合成方法の考え方では、時刻0に近いパルスが低次高調波の出る原因であることにより考えだしたものである。低次高調波成分を小さくするために、パルスが時刻0から離れた位置にパルスを作ることである。

項目5.1にはなぜ時刻0に近いパルスが存在すると低次高調波成分が大きくなることを説明する。そして、なぜ時刻0からパルスが離れた位置の方が低次高調波成分を小さくすることができるかを説明する。

次にウォルシュ関数を適用してPWMパターンの合成方法を説明する。項目5.2はウォルシュスペクトル数とスイッチング数が同じ場合の合成方法を示す。項目5.3はウォルシュスペクトル数がスイッチング数より多い場合の合成方法を示す。この方法は式の数と変数の数が異なるので擬似逆行列を使う必要である。

結果としては、変調率 M が1に近いとき、低次高調波成分が非常に減少するが M が1から小さくなると低次高調波が増える。従って、この計算方法では変調率 M が1に近いときだけメリットが出てくる。変調率1に近いときしかメリットがないため、この計算方法では等分数 $N=8$ 、スイッチング数=6のみで行うことにした。

5.1 高調波とパルスの位置について⁽⁴⁾

説明を分かりやすくするために、実際のPWMパターン例を示しながら説明する。図5.1はPWM-Aが1/4周期に集まっているときに、ある部分を途中から前に抜けてPWM-Bになるときの3,5次のフーリエ高調波成分はどのように変化するかを検討する。

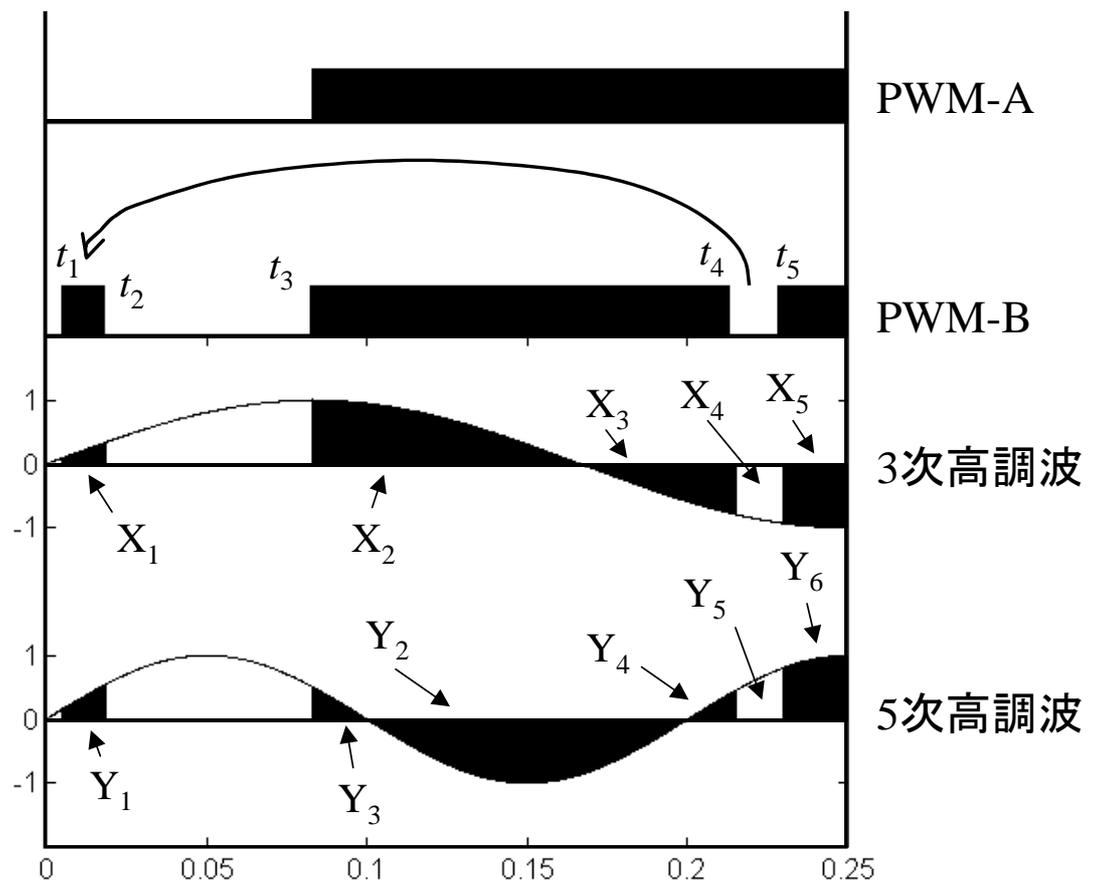


図 5.1 パルス位置とフーリエ高調波生成

PWMパターンのフーリエ高調波成分を計算するために、PWMパターンと高調波の積分である。図5.1からみると3次高調波に対し各範囲の積分値はXとし、5次高調波に対し各範囲の積分値はYとする。そして、スイッチング関数の時刻を t とする。以下にPWM-AとPWM-Bの計算値を示す。

表 5.1 で t, X, Y の真値を示す。

表 5.1 図 5.1 の各パラメータ

時刻 t	3 次の面積 X	5 次の面積 Y
$t_1=0.005$	$X_1=0.0035$	$Y_1=0.0057$
$t_2=0.020$	$X_2=0.0534$	$Y_2=0.0044$
$t_3=0.083$	$X_3=-0.0205$	$Y_3=-0.0637$
$t_4=0.215$	$X_4=-0.0130$	$Y_4=0.0035$
$t_5=0.230$	$X_5=-0.0195$	$Y_5=0.0097$
$1/4T=0.25$		$Y_6=0.0187$

PWMパターンのフーリエ 3,5 次高調波成分を計算するための計算式は次式が使われている。

$$C_{2i-1} = 4 \int_0^{T/4} \text{PWM} \sin(2\pi(2i-1)t) dt \quad (5.1)$$

$i=1,2$

ここで X, Y の値により、PWM-A の 3,5 次高調波成分を計算すると

$$C-A_3 = 4\{X_2 + X_3 + \textcircled{X_4} + X_5\} = 0.0016 \quad (5.2)$$

$$C-A_5 = 4\{Y_2 + Y_3 + Y_4 + \textcircled{Y_5} + Y_6\} = -0.1096 \quad (5.3)$$

になる。同じように、PWM-B の 3,5 次高調波成分を計算すると

$$C-B_3 = 4\{\textcircled{X_1} + X_2 + X_3 + X_5\} = 0.0676 \quad (5.4)$$

$$C-B_5 = 4\{\textcircled{Y_1} + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_6\} = -0.1256 \quad (5.5)$$

(5.2)~(5.5)により、PWM-A のような波形は低次高調波(3,5 次)が小さい。よって、低次高調波 PWMパターンを得るため、 $1/4T$ にパルスを集めた方が良いと言える。

5.2 スイッチング数と高調波次数が等しい場合

この項目の基本的な考え方は、時刻 0 に近い位置にパルスを置かないこと。そして時刻 $1/4T$ にパルスを集める方法である。よって、あるウォルシュ等分区間にはスイッチングが存在しないことになる。当然、前回で導いた式とは違って来る。以下に、パルスの位置そしてPWMパターンの合成方法を説明する。

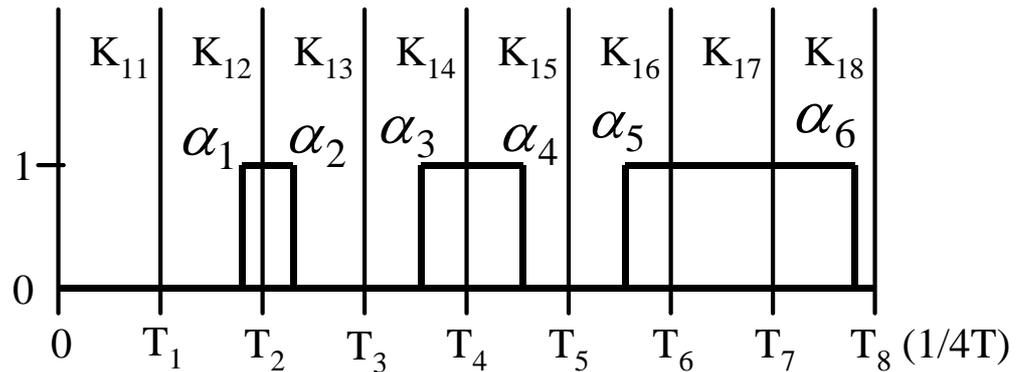


図 5.2 パルス位置の設計方法

図 5.2 は $N=8$ 、 $\alpha=6$ の PWM パターン設計方法を示す。(注意：区間 $0 \sim T_1$ 、 $T_6 \sim T_7$ にスイッチング関数 $[\alpha]$ がないことを注目する。) K は第 1 行の $[K]$ ($N=8$ のとき) を示す。図 5.2 の PWM 波形のウォルシュ展開係数 B_1 を次式に示す。

$$\begin{aligned}
 \frac{B_1}{4} &= \int_0^{T/4} \text{PWMSal}(1, t) dt \\
 &= \underbrace{K_{11} \int_0^{T_1} 0 dt}_{\text{パルスがないので値} = 0} + K_{12}(T_2 - \alpha_1) + K_{13}(\alpha_2 - T_2) + \\
 &\quad K_{14}(T_4 - \alpha_3) + K_{15}(\alpha_4 - T_4) + \\
 &\quad K_{14}(T_6 - \alpha_5) + \underline{K_{17}(T_7 - T_6)} + K_{18}(\alpha_6 - T_7) \quad (5.6)
 \end{aligned}$$

定数となる $= 1/(4N)$

同じように $B_3 \sim B_{11}$ までを導いて行列により表すと

$$\frac{M}{4} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_3 \\ B_5 \\ B_7 \\ B_9 \\ B_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{18} \\ K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{28} \\ K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{38} \\ K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{48} \\ K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{58} \\ K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{68} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (T_2 - \alpha_1) \\ (\alpha_2 - T_2) \\ (T_4 - \alpha_3) \\ (\alpha_4 - T_4) \\ (T_6 - \alpha_5) \\ (\alpha_6 - T_6) \end{bmatrix} + \frac{1}{4N} \begin{bmatrix} K_{17} \\ K_{27} \\ K_{37} \\ K_{47} \\ K_{57} \\ K_{67} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

になる。式を簡略すると

$$\frac{M}{4} [B] = [KS][\alpha + T] + \frac{1}{4N} [KT] \quad (5.8)$$

になる。 $[\alpha + T] = [\alpha] + [T]$ に展開して、 $[\alpha]$ を求めると

$$[\alpha] = [KS]^{-1} \left\{ \frac{M}{4} [B] - \frac{1}{4N} [KT] \right\} - [T] \quad (5.9)$$

になる。ここで注意するところは $[KS]$ が $[K]$ ではない。よって

$$[KS]^{-1} \neq \frac{1}{N} [KS] \quad (5.10)$$

になる。

5.3 スイッチング数と高調波次数が得なる場合

(5.9)ではスイッチング数と高調波次数が同じ場合の合成方法である。(5.9)では式の数と変数の数が同じなので簡単に解を求めることができる。しかし、正弦波により近づけるためにはウォルシュの高調波成分をたくさん合わせる必要である。

この項目はスイッチング数より高調波次数が多い場合の合成方法を示す。式の数と変数の数が等しくないため、擬似逆行列と重み行列を適用する必要であり、(5.9)より複雑な式になるがPWMパターンの高調波成分は(5.9)より少ない。スイッチング数より高調波次数が多い場合の合成方法ではスイッチング数と高調波次数が同じ場合の合成方法とほぼ同じやり方になるが、ウォルシュスペクトル $[B]$ のサイズが6行1列から8行1列になり、そして擬似逆行列と重み行列のテクニックを生かすものである。

この合成方法では、パルスの存在位置が項目5.2と全く同じなので、PWMパターンの展開係数 $[B]$ が(5.6)と同じものになる。よって、説明は(5.6)からスタートする。

(5.6)と同じように $B_3 \sim B_{15}$ までを導いて行列により表すと

$$\frac{M}{4} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_3 \\ B_5 \\ B_7 \\ B_9 \\ B_{11} \\ B_{13} \\ B_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{18} \\ K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{28} \\ K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{38} \\ K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{48} \\ K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{58} \\ K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{68} \\ K_{72} & K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{78} \\ K_{82} & K_{83} & K_{84} & K_{85} & K_{86} & K_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (T_2 - \alpha_1) \\ (\alpha_2 - T_2) \\ (T_4 - \alpha_3) \\ (\alpha_4 - T_4) \\ (T_6 - \alpha_5) \\ (\alpha_6 - T_6) \end{bmatrix} + \frac{1}{4N} \begin{bmatrix} K_{17} \\ K_{27} \\ K_{37} \\ K_{47} \\ K_{57} \\ K_{67} \\ K_{77} \\ K_{87} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

になる。式を簡略すると

$$\frac{M}{4} [B] = [KS][\alpha + T] + \frac{1}{4N} [KT] \quad (5.12)$$

になる。 $[\alpha + T] = [\alpha] + [T]$ にすると(5.12)は

$$\frac{M}{4} [B] = [KS][\alpha] + [KS][T] + \frac{1}{4N} [KT] \quad (5.13)$$

になる。

ここで擬似逆行列の書き方を決めると

$$[KS] \text{の擬似逆行列} = G([KS])^{-1} \quad (5.14)$$

とする。擬似逆行列を使って、(5.13)から $[\alpha]$ を求めると

$$[\alpha] = G([KS])^{-1} \left\{ \frac{M}{4}[B] - \frac{1}{4N}[KT] - [KS][T] \right\} \quad (5.15)$$

になる。しかし、(5.15)では重み行列をまだ入れてない。ここで各高次周波数の重み（大切さ）を決める。決め方は、基本波に近いほど重みを高くする。以下に重み行列 $[P]$ を示す。

The diagram shows a weight matrix P with 8 rows and 8 columns. The diagonal elements are 6, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 1. The first element '6' is circled and has a callout box labeled '基本波の重み' (Weight of the fundamental wave). The last element '1' has a callout box labeled '高調波の重み' (Weight of the high-order harmonic). The matrix is labeled $P =$ on the left and (5.16) on the right.

$$P = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

重み行列を入れる前に、式を分かりやすくするため(5.15)を更に簡略する。 $[D] = \frac{M}{4}[B] - \frac{1}{4N}[KT] - [KS][T]$ とすれば(5.15)は次になる。

$$[\alpha] = G([KS])^{-1}[D] \quad (5.17)$$

(5.17)に重み行列 $[P]$ を入れると

$$[\alpha] = ([KS]^T [P] [KS])^{-1} [KS]^T [P] [D] \quad (5.18)$$

になる。ここで(5.18)を(5.9)と比べると(5.18)がたくさんの行列に入っている、それは擬似逆行列の計算を使うからである。よって、(5.18)の計算時間は(5.9)より多い。 $M=1.0$ のとき(5.9)の計算時間は $380 \times 10^6 \text{Sec}$ であり、同じく $M=1.0$ のとき(5.18)の計算時間は $560 \times 10^6 \text{Sec}$ であった。(5.18)の計算時間は(5.9)より 1.47 倍かかる。

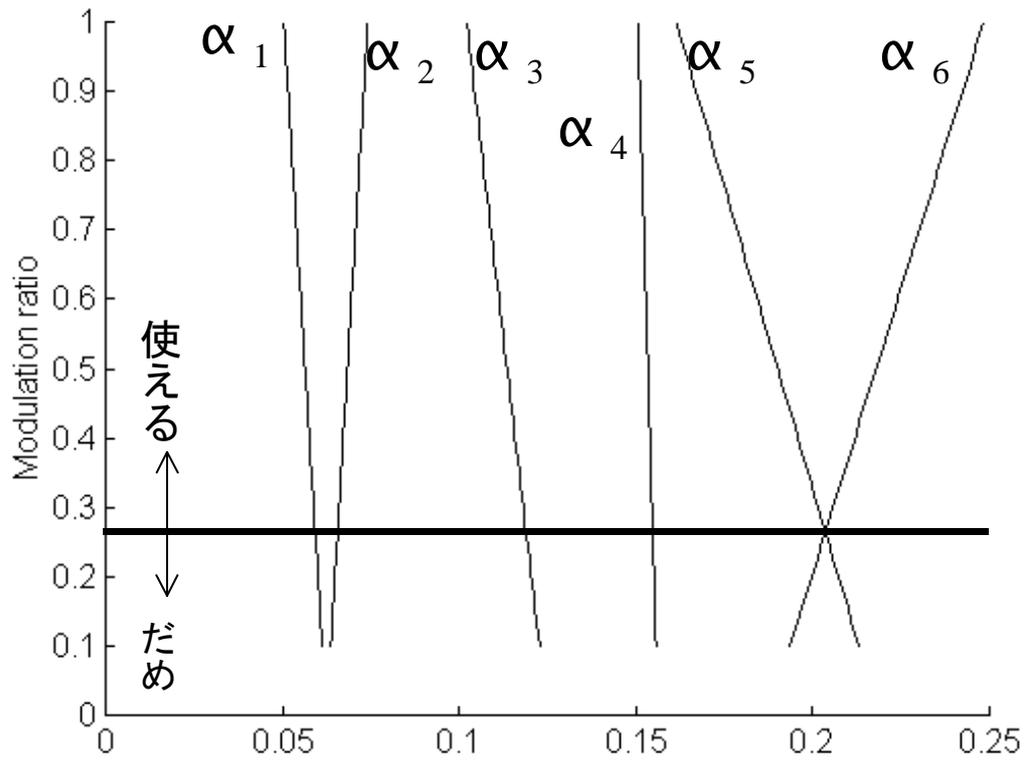
5.4 計算結果と実験結果

計算方法は(5.9)と(5.18)二つの計算式がある。最初に、図 5.3 は(5.9)で計算した結果であり、図 5.4 は(5.18)で計算した結果である。図 5.5 は変調率 $M=1.0$ 、(5.9)の計算方法での実験結果である。図 5.6 は変調率 $M=1.0$ 、(5.18)の計算方法での実験結果である。

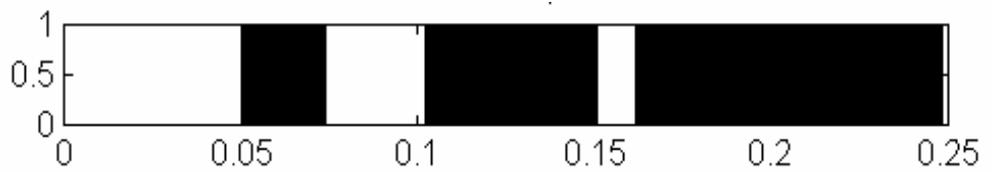
図 5.3 から分かるように、変調率が 0.27 くらいに PWM パターンのスイッチング関数 α_6 が α_5 より小さくなってしまふ。つまり、スイッチング関数が交差してしまふ。この点より変調率が小さくなると、この PWM パターンを使えない。それはこの合成方法の誤りである。しかし、変調率 $M=1.0$ のときに高調波次数 6 までほとんど 0 になっている。普通はスイッチング数 6 で高調波次数 6 まで減少する方法は繰り返す計算をやらないといけませんが、この方法は繰り返す計算がなくても高調波次数 6 まで減少することができる。それはこの合成方法の大きな特徴である。

図 5.4 にも変調率 $M=0.2$ に PWM パターンが交差する。しかし、高調波成分は図 5.3 より少ない。その理由は、使っている高調波次数が(5.9)より高いからである。

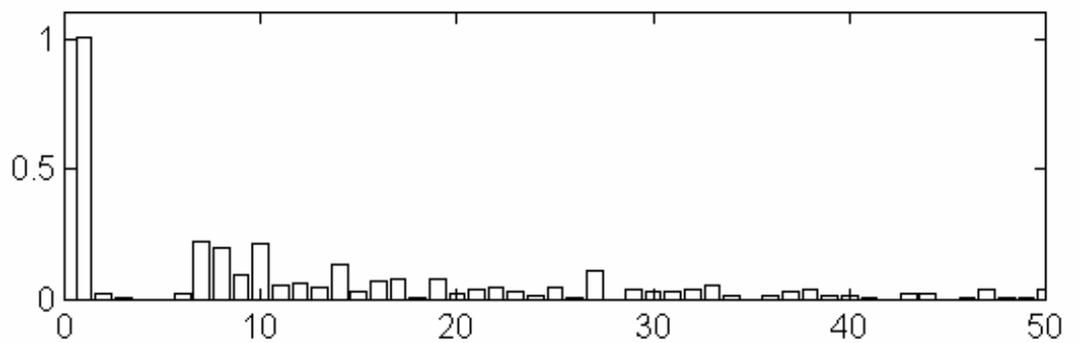
実験では、PWM パターンを ROM に記録し、そのままフルブリッジインバータに出力するだけあり、スイッチング関数[α]の変動がないと考えられる。実験結果と計算結果が一致しない場合は、その原因は DC-link 電圧の変動しか考えられない。つまり、PWM パターンの振幅変動になる。最終的には、結果から分かるように計算結果と実験結果がほとんど同じである。つまり、外乱の影響はほぼ無いと言える。



a) 変調率[M]とスイッチング関数[α]

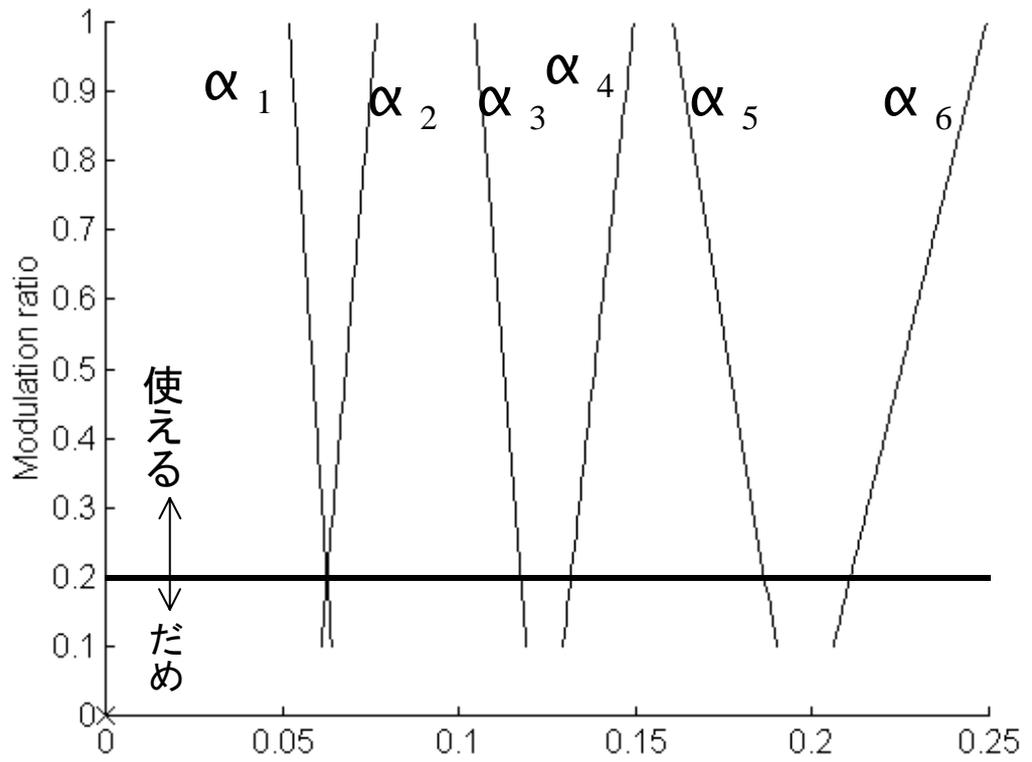


b) PWMパターン 変調率 $M=1.0$

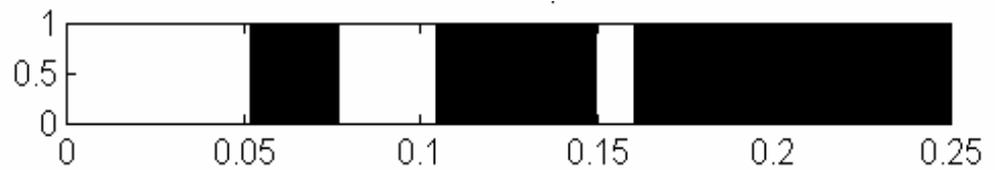


c) フーリエスペクトル 変調率 $M=1.0$

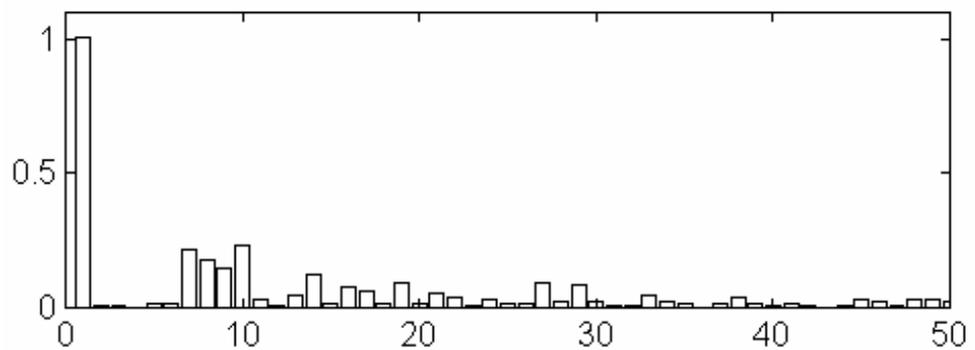
図 5.3 (5.9)で計算した結果



a) 変調率[M]とスイッチング関数[α]

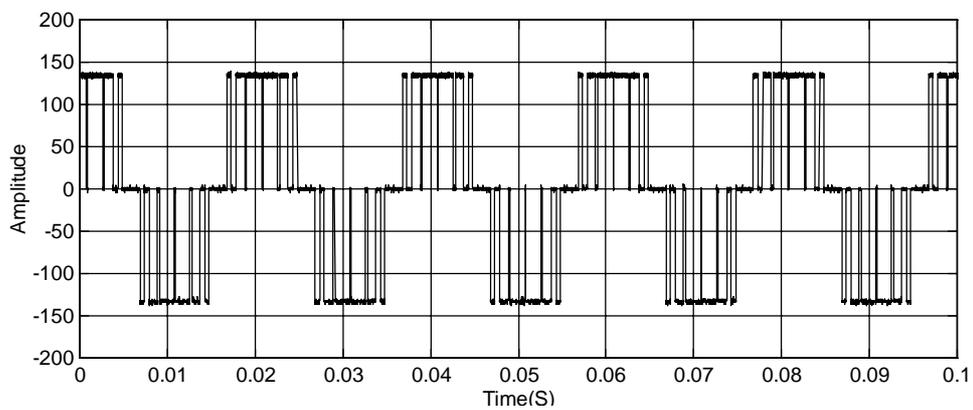


b) PWMパターン 変調率 $M=1.0$

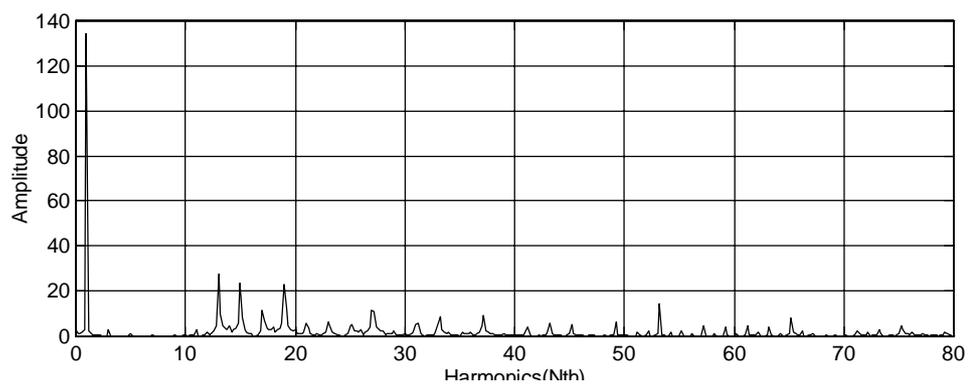


c) フーリエスペクトル 変調率 $M=1.0$

図 5.4 (5.18)で計算した結果

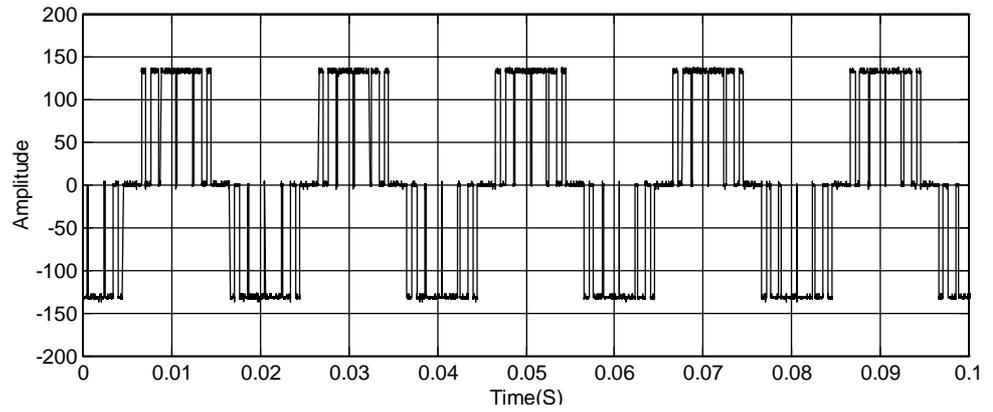


a) PWMパターン

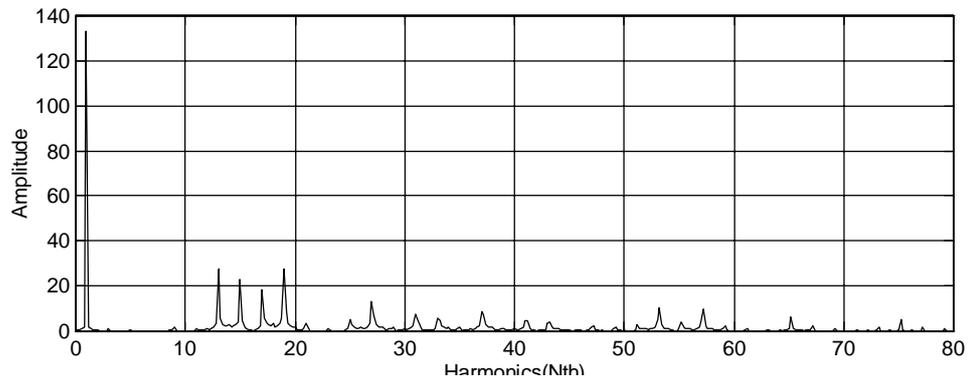


b) フーリエスペクトル

図 5.5 (5.9)で実験した結果 変調率 $M=1.0$



a) P W Mパターン



b) フーリエスペクトル

図 5.6 (5.18)で実験した結果 変調率 $M=1.0$

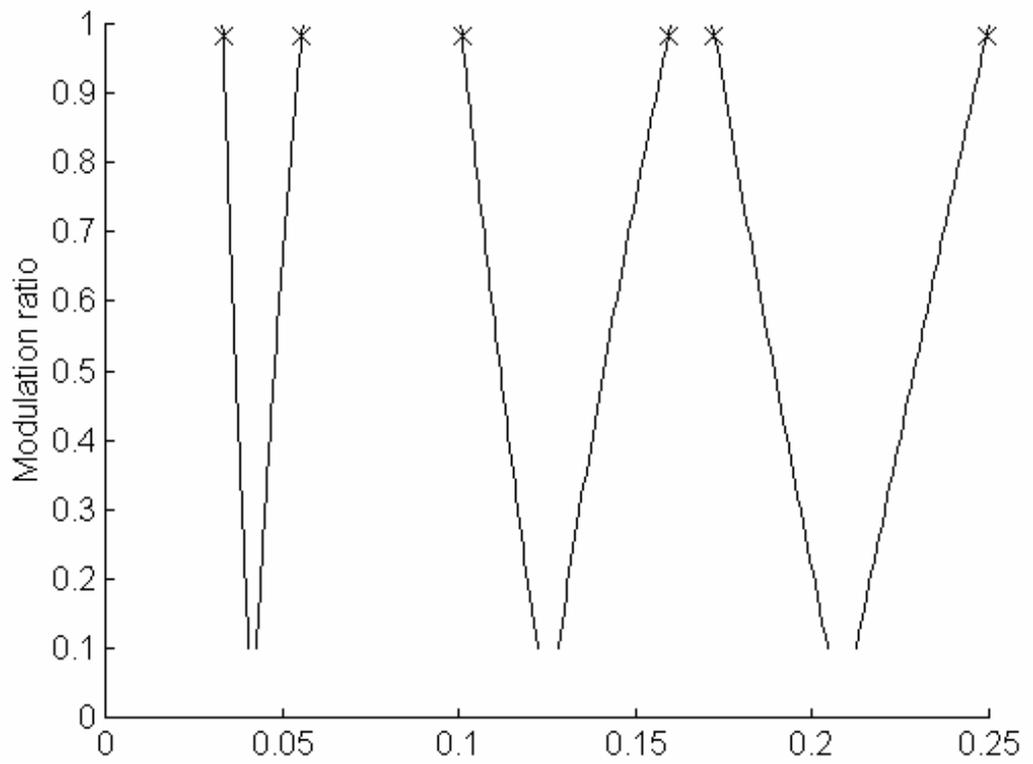
5.5 三角波比較法との比較

ウォルシュ関数での計算との比較する条件は一周期に対し、PWMパターンのスイッチングが同じである。ウォルシュ関数での計算では(5.9)または(5.18)が1/4周期に対しスイッチング数が6であり、よって、三角波比較法のPWMパターンも1/4周期に対しスイッチング数が6でなければならない。図5.7は三角波の計算波形を示す。そして、図5.8は変調率 $M=1.0$ の実験結果である。

図5.9は(5.9)での計算と三角波比較法のTHD比較した結果を示す。図5.10は(5.18)での計算と三角波比較法のTHD比較した結果を示す。変調率 M のレンジに対しすべてのPWMパターンを使えないため、図5.9では変調率 M が0.27より小さくなる時点から三角波比較法と比較できない。同じく、図5.10では変調率 M が0.20より小さくなる時点から三角波比較法と比較できない。今回の比較する重要なポイントとしては、三角波比較法に対し、(5.9)または(5.18)の計算法はどの条件で勝、負かを検討することである。当たり前のことで、THDの比較では値が少ない方が勝ちである。

図5.9から見ると、THD_NW(50)に対し、変調率 $M=0.65$ で交差している。つまり、 $M=1.0$ から0.65までがこの計算法は三角波比較法を勝っていると言える。全体で見ると、変調率が小さくなるとTHD曲線が交差する。よって、この方法は変調率が大きいときだけが三角波比較法を勝っている。

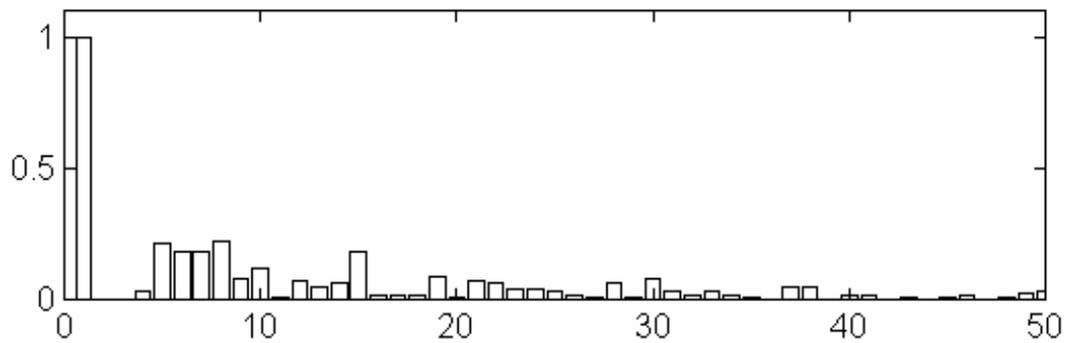
図5.10から見ると、THD_W(6)に対し、変調率 $M=0.35$ で交差している。つまり、 $M=1.0$ から0.35までがこの計算法は三角波比較法を勝っていると言える。全体で見ると、この計算法のTHD曲線は三角波比較法のTHD曲線とほぼ“平行”している。図5.9と比べ、勝つ範囲は広い。



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

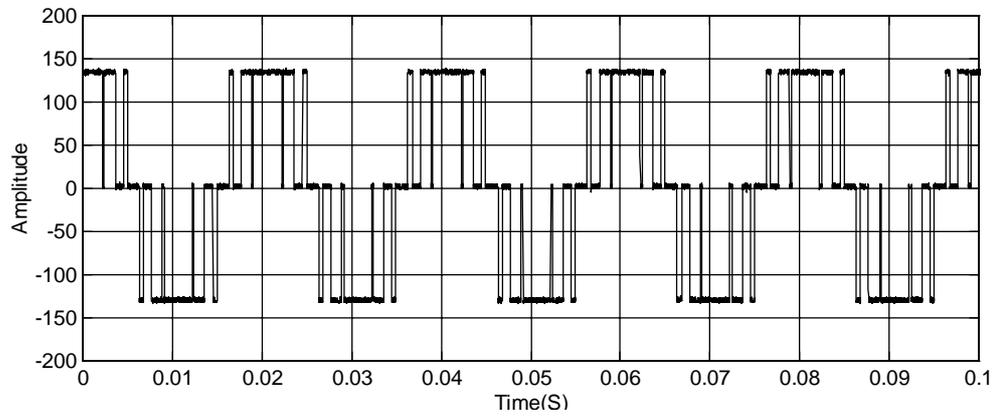


b) PWMパターン 変調率 $M=1.0$

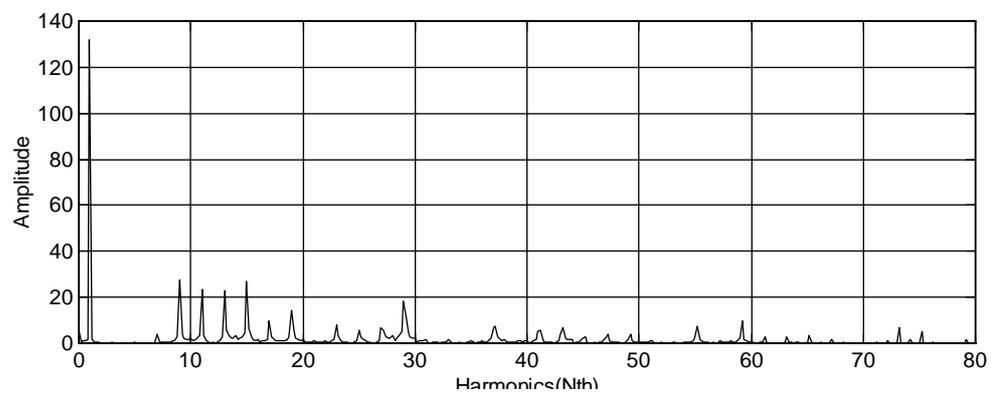


c) フーリエスペクトル 変調率 $M=1.0$

図 5.7 三角波比較法の計算結果



b) PWMパターン



c) フーリエスペクトル

図 5.8 三角波比較法の実験結果 変調率 $M=1.0$

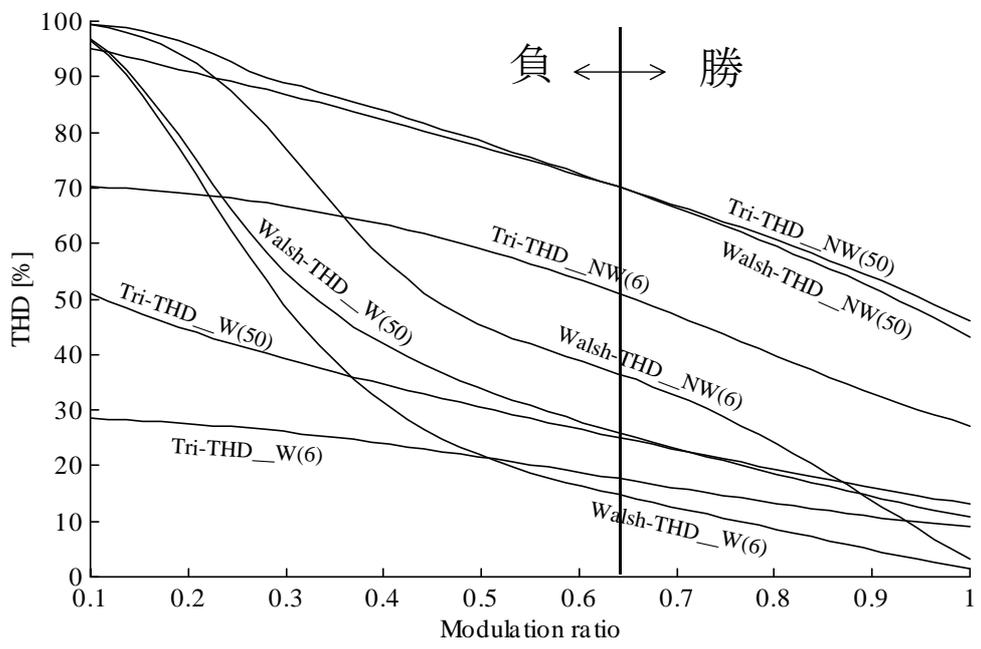


図 5.9 (5.9)の計算法と三角波比較法の THD 比較

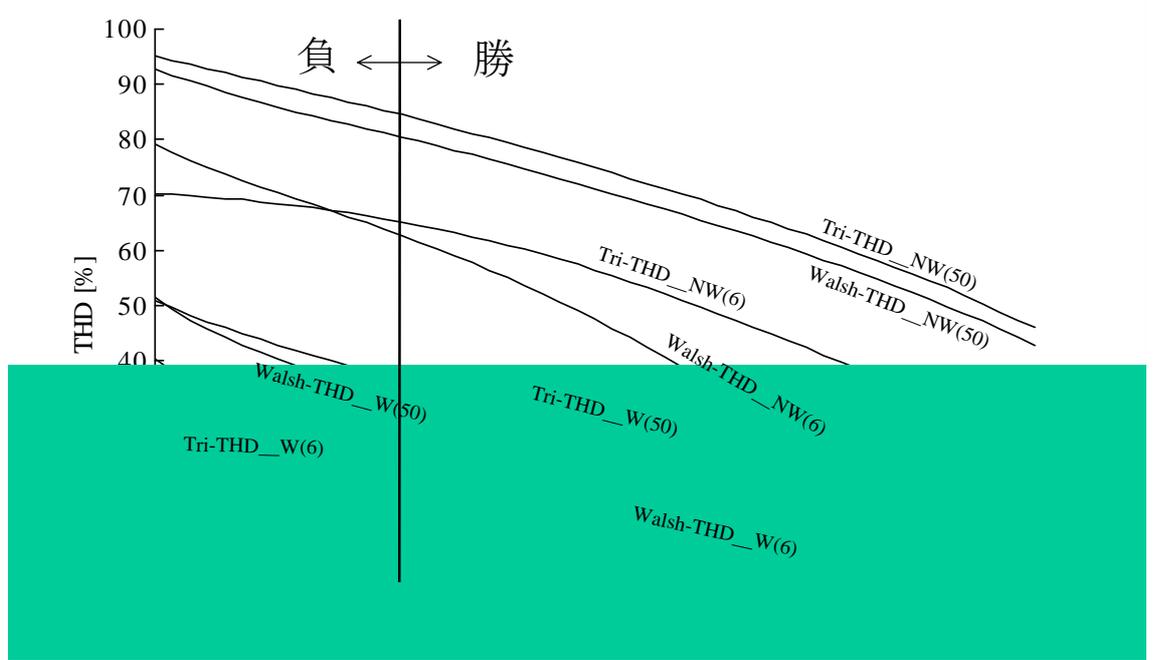


図 5.10 (5.18)の計算法と三角波比較法の THD 比較

5.6 まとめ

等分数とスイッチング数を得なる場合の計算方法の基本的な考え方は、パルスを時刻 0 に近い位置に置くと低次高調波が出てくる。よって、PWMパターンを設定するとき、時刻 0 の隣の等分中にスイッチングを置かないで、第 2 等分中に置く。すべての等分中にスイッチングが存在しないので、 $[K]$ の一部しか使えないことになり、よって、逆行列の計算は一般の逆行列の計算となる。

スイッチング数と高調波次数が等しい場合の計算方法は式が簡単であり、高調波次数 6 まで高調波成分を減少することができる。ほぼ同じ考え方で、スイッチング数と高調波次数が異なる場合の計算方法を作ることができる。この方法は前方法より、ウォルシュスペクトルを使っているため、フーリエ高調波成分がさらに減らすことができる。

結果としては両方法が変調率 $M=1.0$ に近づくと THD が非常に小さくなる。しかし、変調率 $M=0.2$ 程度では、計算したスイッチングが交差してしまう。よってこの計算方法では**利用する範囲**が限られている。

第6章 繰り返し計算による高調波ひずみを低減する方法

第4章の合成方法ではPWMパターンのウォルシュスペクトルを合わせることであるが、有限高調波次数までしか合わせられないため、PWMパターンにフーリエ高調波がまだ残っている。フーリエ高調波のないPWMパターンの計算では、一般に、PWMパターンのフーリエ高調波成分を計算し、PWMパターンを少し直して、計算を繰り返して高調波のないPWMパターンを見つけるまで行うことである。そのアルゴリズムは図6.1に示す。

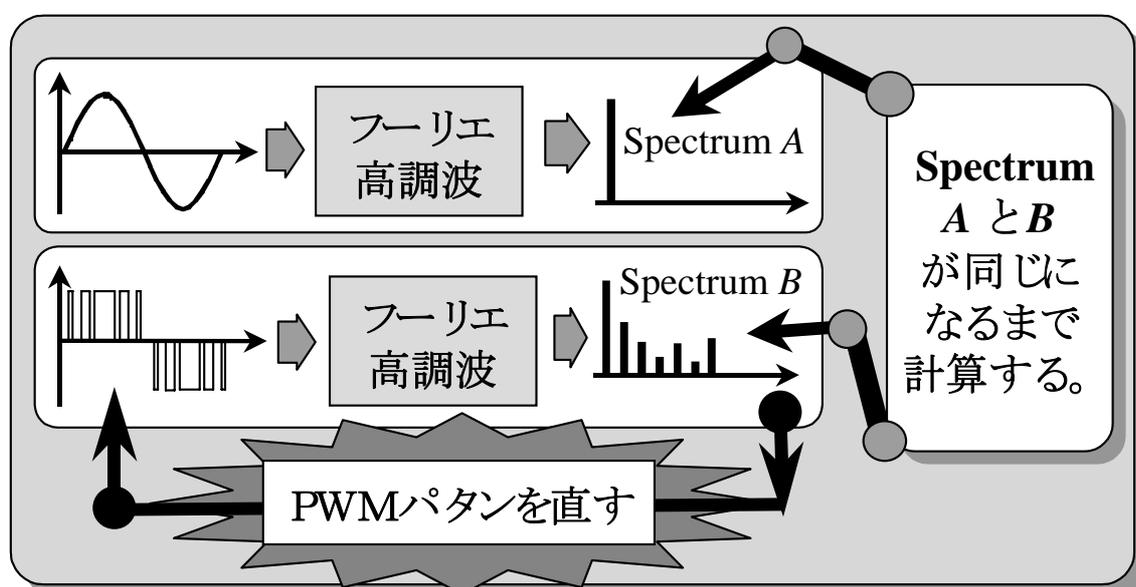


図 6.1 繰り返しのプロセス (従来法)

基本の考え方では、正弦波のフーリエスペクトルとPWMパターンのフーリエスペクトルが同じであれば良い。図6.1のプロセスはスペクトルAとBが同じになるまで計算を続ける。問題点としては、フーリエスペクトルからPWMパターンをどのように直せば良いのか分からない。

そこで、以前第4章で説明したPWMパターンの合成方法では、PWMパターンを正弦波指令値に近づけることができる。その結果を使って図6.1のような繰り返し計算を行ってフーリエ高調波のないPWMパターンを合成することができる。詳しいことは項目6.1で説明する。

PWM波形は正弦波波形にどれくらい近いのかは THD 値で評価する。THD は最高高調波次数（(4.26)で言うと l 変数である。）が原理的には無限大であるが実際ではある有限まで計算することになる。項目 6.1 では高調波次数が PWM パターンのスイッチング数までしか高調波を減少することができない。よって、THD の最高高調波次数をスイッチング次数までとると THD がほとんど 0 になるが、最高高調波次数をスイッチング数より大きく計算すると THD 値がだんだん上がってくる。項目 6.2 の合成方法では、高い高調波次数でも THD 値を下げるができる方法である。

6.1 等分数と高調波次数が等しい場合

この項目は、ウォルシュ関数の等分数と高調波次数が等しい場合のPWMパターン合成方法を説明する。図6.2で示したプロセスはPWM波形のフーリエ高調波成分(2N-1)次までを0に減少させることができる。よって、THDが0になり、本研究は“最適PWMパターン”をいう。

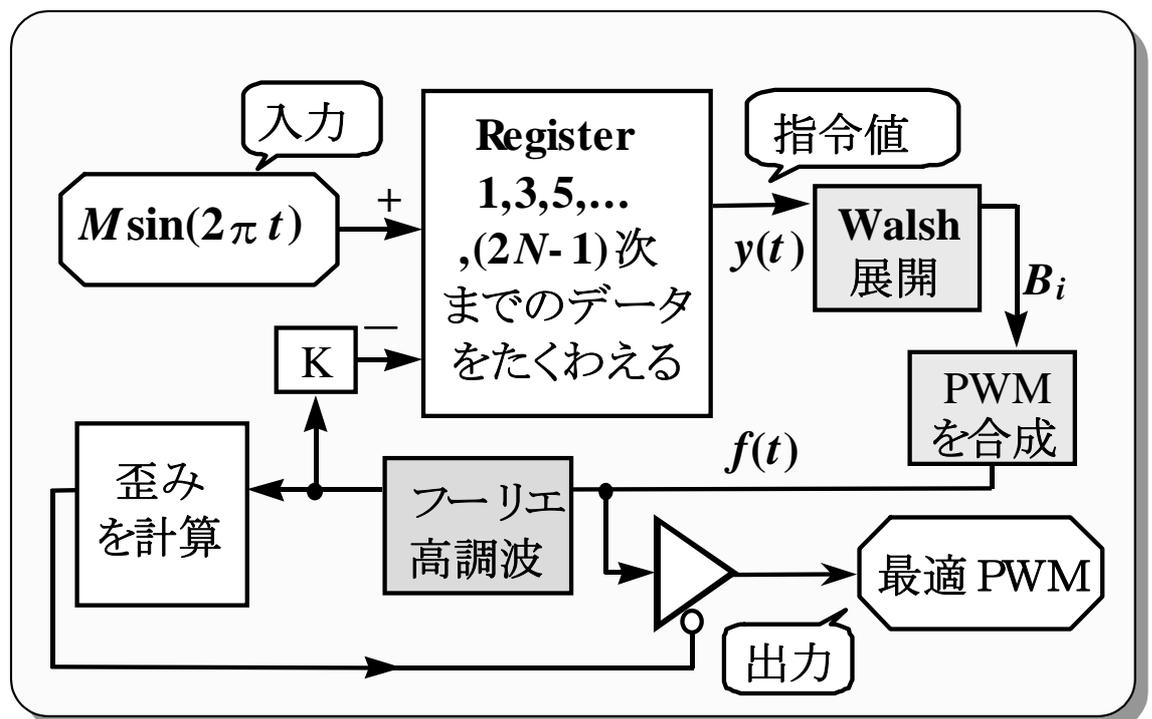


図 6.2 PWMパターンの高調波減少プロセス

図6.1に比べ図6.2はウォルシュ関数を適用することによりPWMパターンの直し方がはっきりしている。つまり、PWMパターンのプロセスはウォルシュ関数の理論に従って変化することになる。

プロセスの動作は最初に、純正弦波 $M\sin(2\pi t)$ を入力し(M は変調率とする。)、Registerにデータとして貯えられる。Registerとは全てのフーリエ高調波成分を貯えるものあり、貯えたデータを時間関数として波形を合成する役目である。簡単にいうと、高調波を貯えて波形を合成するものである。

Register から合成した波形を PWM 波形合成の指令値 $y(t)$ とする。次に直接計算と同じように、指令値を Walsh 展開し、展開係数 B_i を計算される。そして、 B_i を使って PWM 波形を合成する。PWM 波形を $f(t)$ とする。この段階では PWM パターンが指令値に近づいたことになる。

ウォルシュスペクトル(B_i)は N 個までしか合わせられないため、PWM 波形にフーリエ高調波成分が残っている。PWM 波形に残ったフーリエ高調波成分を減少させるため、PWM 波形のフーリエ高調波成分を計算すと、どれくらい高調波が残っているか分かる。次に、PWM 波形に残っているフーリエ高調波成分を逆転させて Register に加える。この段階では、PWM に残っているフーリエ高調波成分を減少することになる。しかし、計算一回だけではフーリエ高調波成分が 0 にならない。

従って、プロセスを繰り返すと、フーリエ高調波成分がだんだん減少してゆき (図 5.3 参照)、最終的に 0 になる。プロセスの終点には、THD の最高高調波次数が $(2N-1)$ であるので、高調波のない PWM パターンでは THD がの計算結果は 0 となり、この時点で最適 PWM パターンを出力する。

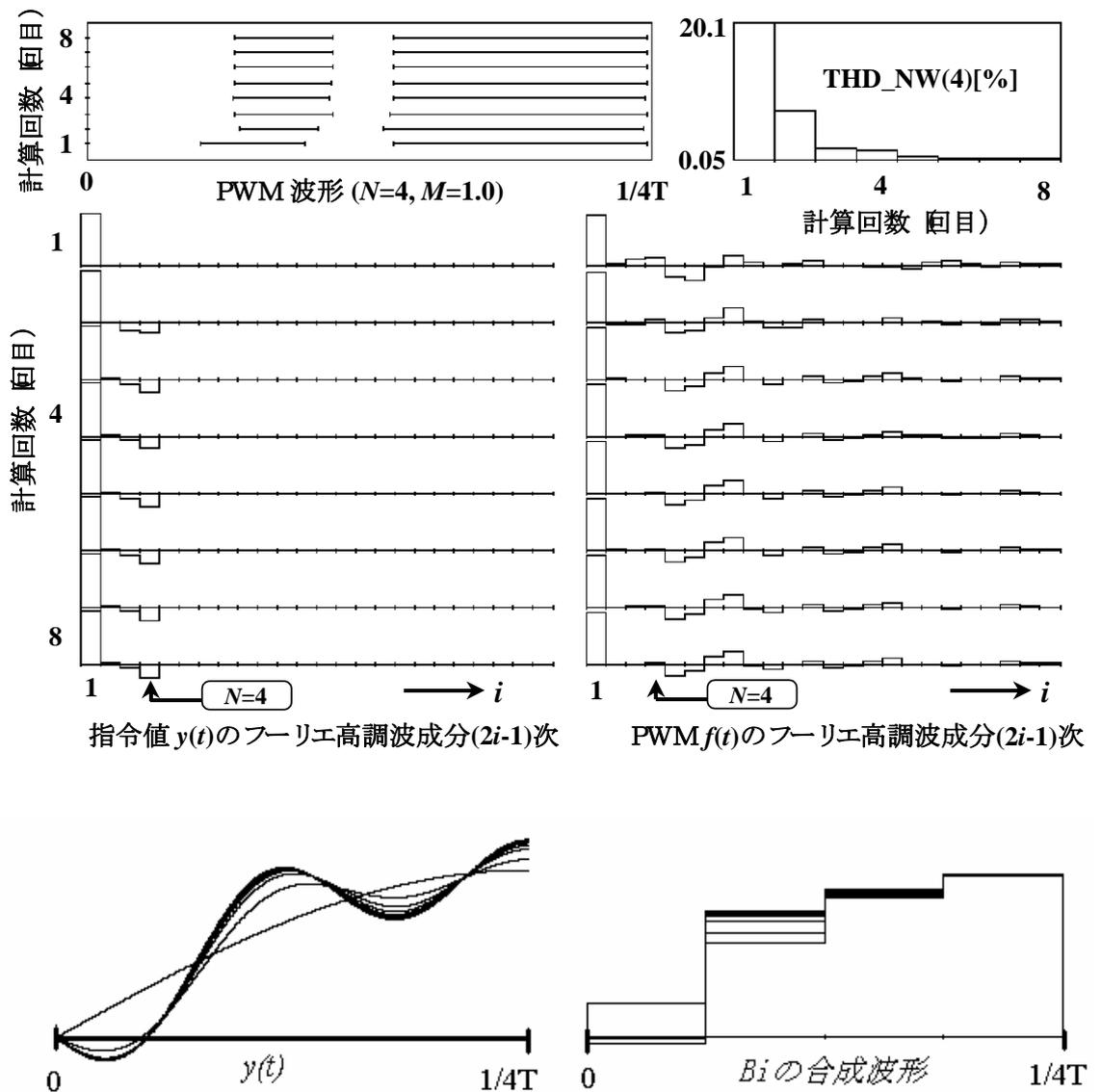


図 6.3 高調波(THD)を減少する現象 $N=4, M=1.0$

図 6.3 では $N=4$ のときの計算状態を示す。計算回数を増える PWM パターンのフーリエ高調波成分が減少してゆき、THD にも減少している。8 回目の計算では THD が 0.05% に減少して、これより回数を増やすと、原理的には THD が 0 になる。($y(t)$ と B_i の合成波形は重なって Plot したものである。)

図 6.2 のプロセスでは、Register にフーリエ高調波成分が貯えるため、一回ごとに指令値 $y(t)$ をウォルシュ展開しなければならなので計算時間がかかってしまう。ここで、項目 2.1.5 で説明したフーリエーウォルシュスペクトル変換行列を適用する。Register に貯えたフーリエ高調波成分をフーリエーウォルシュスペクトル変換行列に入力すればウォルシュスペクトル B_i が簡単に計算される。よって、図 5.2 のプロセスは図 6.4 に改善することができる。

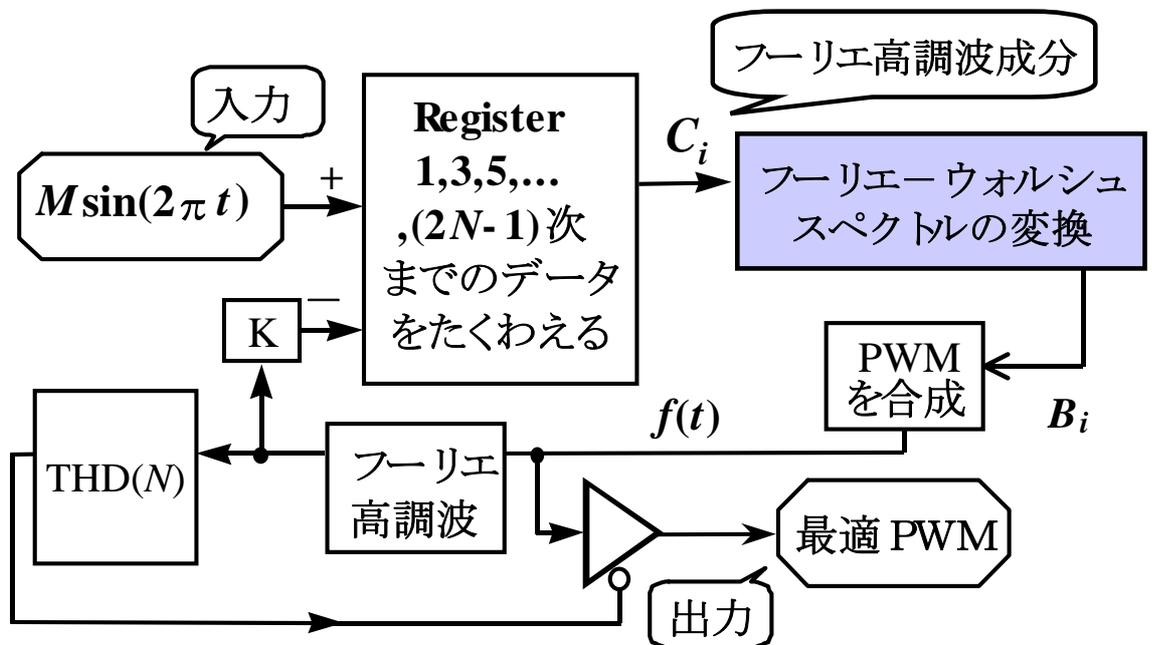


図 6.4 フーリエーウォルシュ変換を適用するプロセス

図 6.4 の PWM パターンの計算結果は示していないが、図 6.2 の計算結果と全く同じものである。その理由はウォルシュ展開の出力とフーリエーウォルシュスペクトル変換の出力は B_i 同じものであるから。そして、他のブロック制御にも図 6.2 と同じものを使っている。

次に、図 6.2、図 6.4 より簡単なプロセスの作り方を紹介する。項目 4.2 の結果から、指令値 $y(t)$ を直接等分中の波形を平均して各等分の多重面積から PWM 波形を作ってもウォルシュの合成方法の結果と全く同じものである。一つの大きな違いは、ウォルシュ関数の等分数は必ず 2 のべき乗でないといけないが、直接等分中の波形平均方法ではウォルシュ関数を使わないので、等分数のすべての偶数を利用できる ($N=2,4,6,8,10,12,\dots$)。図 6.5 は図 6.2 から改善したプロセスであり、等分中の波形平均方法で行う。

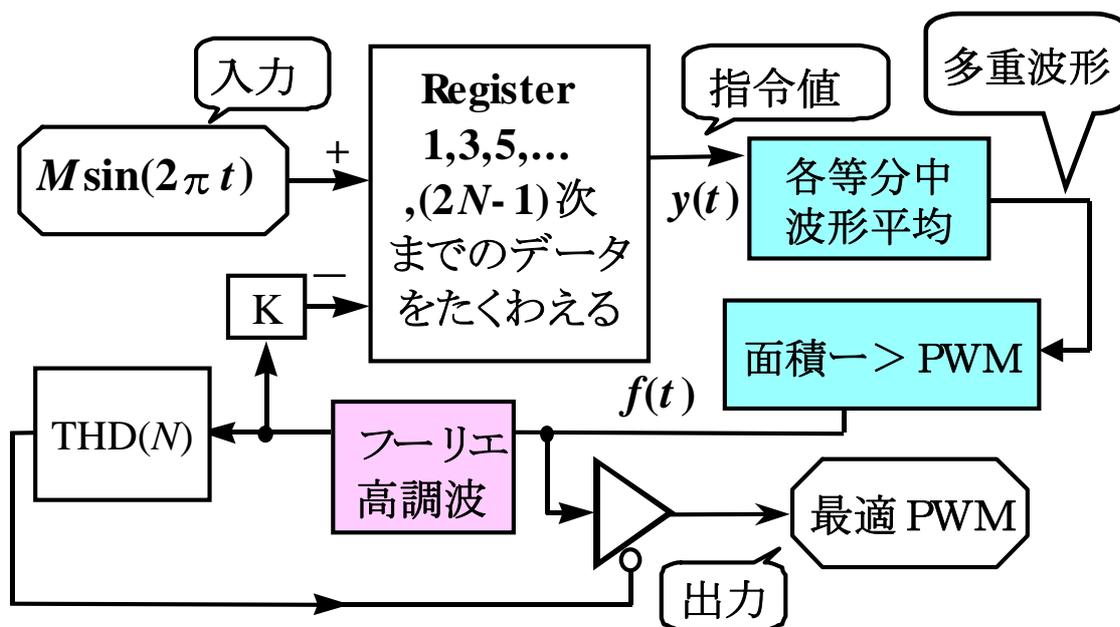


図 6.5 各等分中波形平均を使ったプロセス

図 6.5 のプロセスはとっても簡単合成方法であり、指令値 $y(t)$ から PWM パターンを合成するまではただ波形を平均して、PWM パターンのスイッチングを求めるだけである。このプロセスはウォルシュ関数を使ってないに見えるが実は項目 4.2 で説明したように、ウォルシュ展開—合成の最終結果を使うものである。

図 6.6 は図 6.5 のプロセスで計算した結果を示す。計算条件は $N=6$ 、 $M=1.0$ である。図 6.3 と同じように、計算回数を増えると THD がだんだん小さくなり、16 回目では THD が 0.089% に減少してゆく。しかも、PWM のスイッチング数は 2 のべき乗になる必要がない。

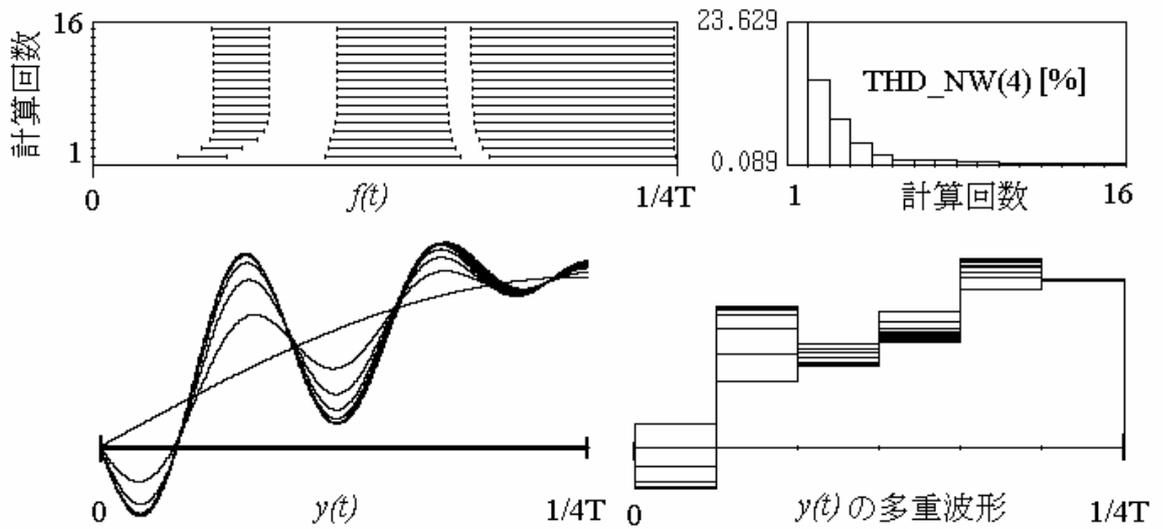
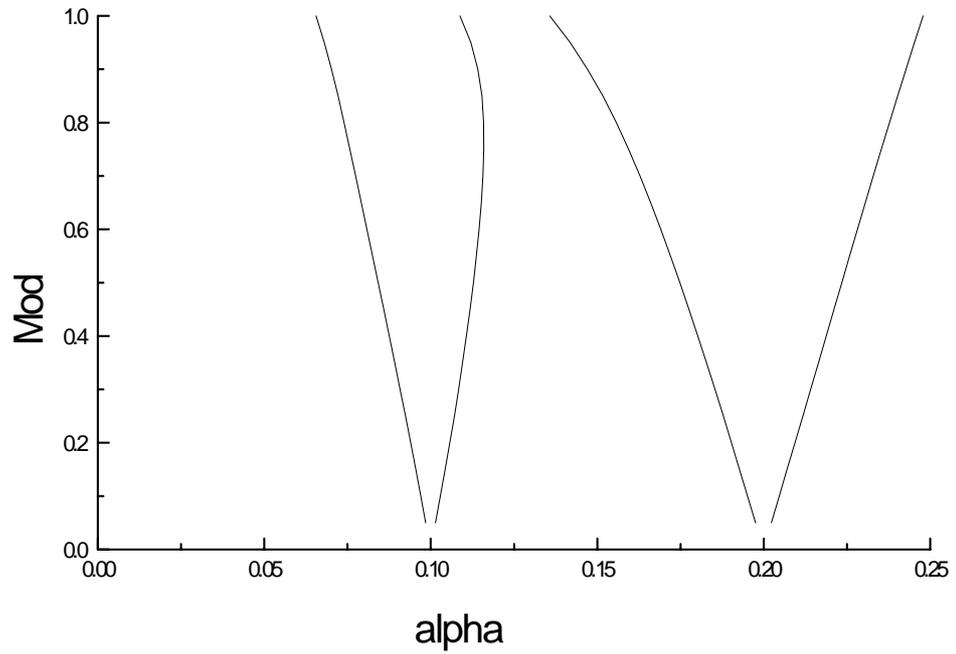


図 6.6 高調波(THD)を減少する現象 $N=6$ 、 $M=1.0$

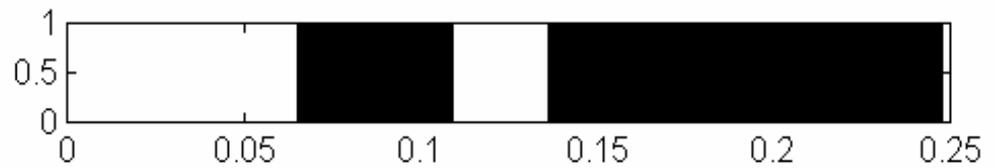
6.1.1 計算結果と実験結果

図 6.5、図 6.4、図 6.2 のプロセスでの計算結果は全く同じである。しかし、ウォルシュ関数の基本を使っているのは図 6.2 のプロセスである。図 6.7～図 6.12 は 図 6.2 のプロセスで計算した結果を示す。

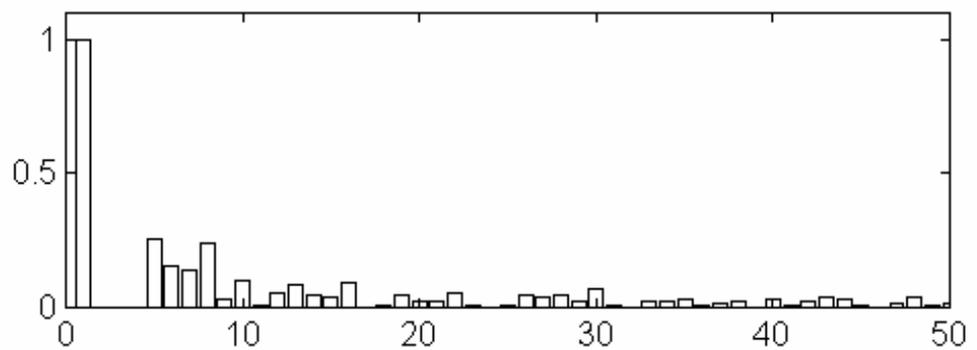
結果からみると、スイッチング関数[α]と変調率 M の特性は曲線のようになり、フーリエ高調波成分 $(2N-1)$ 次までを消すことができる。フーリエ高調波成分 $M=1.0$ しか示していないが M が 1.0 以下でも同じ結果を得られる。つまり、フーリエ高調波成分 $(2N-1)$ 次までを消すこともできる。しかし、フーリエ高調波成分 $(2N-1)$ 次以上は急に出てくるのが分かる。この繰り返し計算を直接計算方法と比べ、スイッチング周波数周辺 { $(2N-1)$ 次に近い高調波次数 } を $(2N-1)$ 以上の周波数範囲に移動されることが分かる。



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

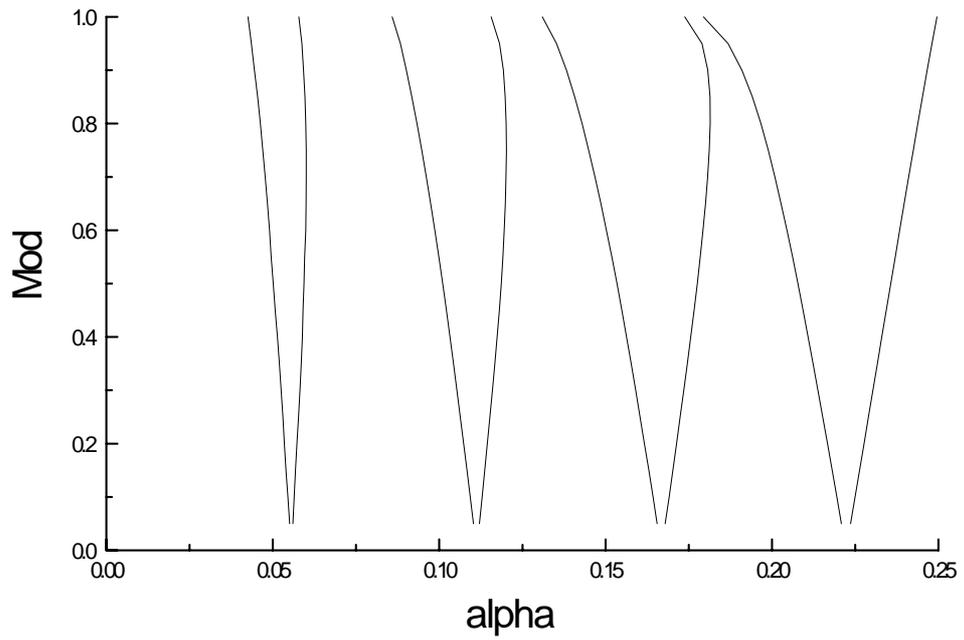


b) PWMパターン 変調率 $M=1.0$

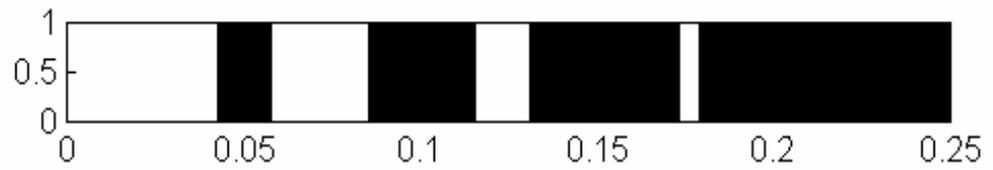


c) フーリエスペクトル 変調率 $M=1.0$

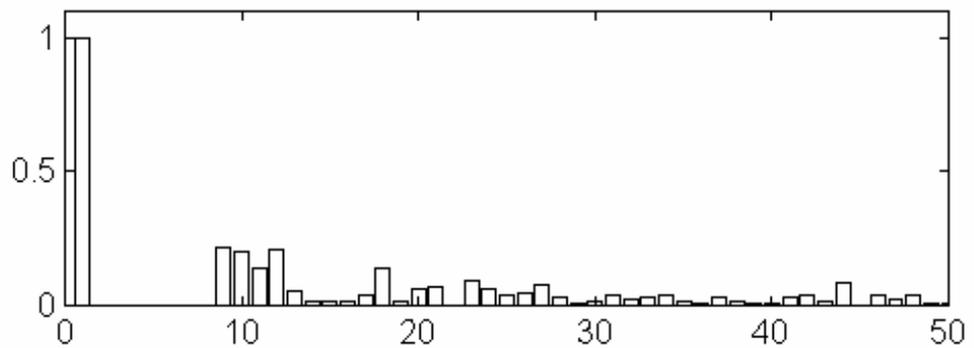
図 6.7 PWM最適パターン $N=4$



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

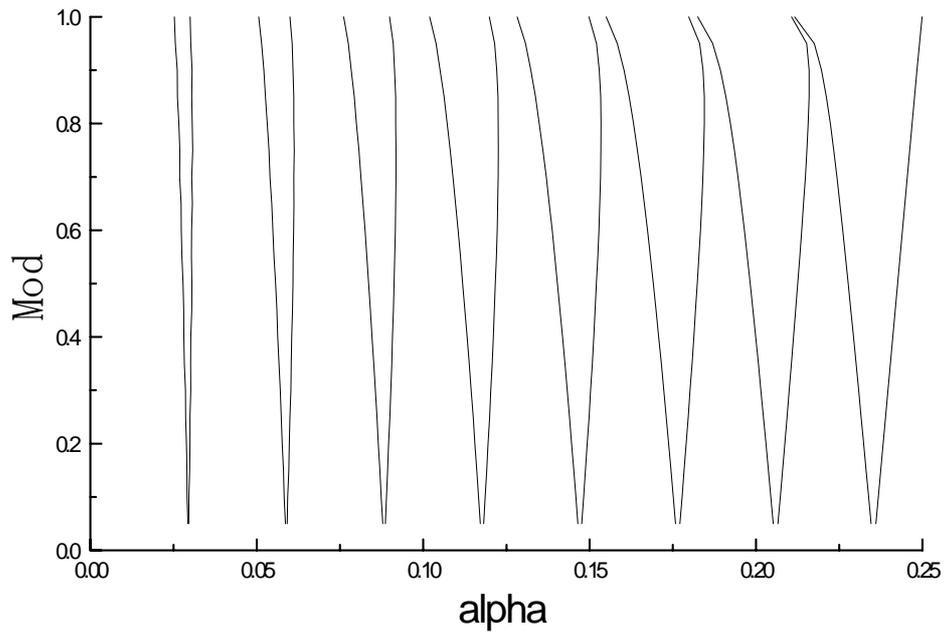


b) PWMパターン 変調率 $M=1.0$

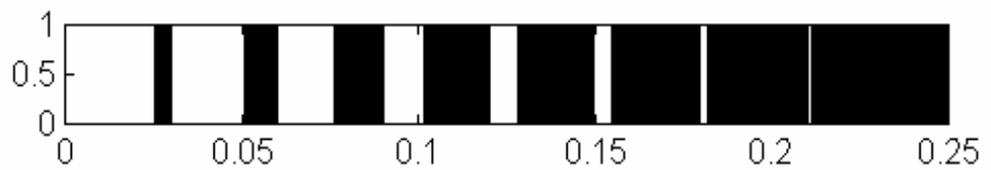


c) フーリエスペクトル 変調率 $M=1.0$

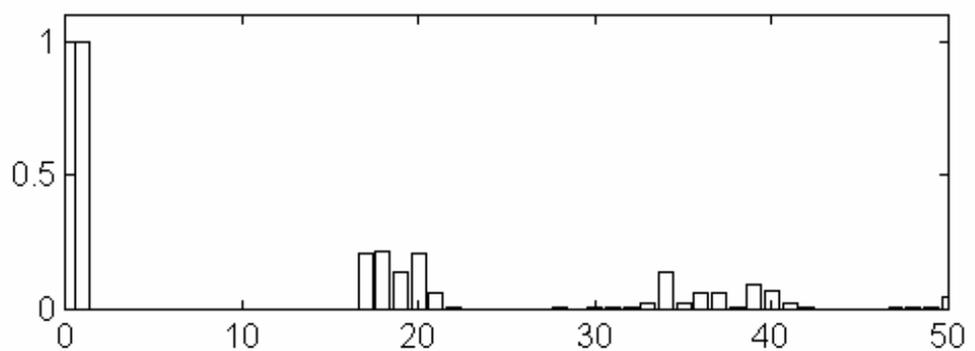
図 6.8 PWM最適パターン $N=8$



a) 変調率 $[M]$ とスイッチング関数 $[\alpha]$

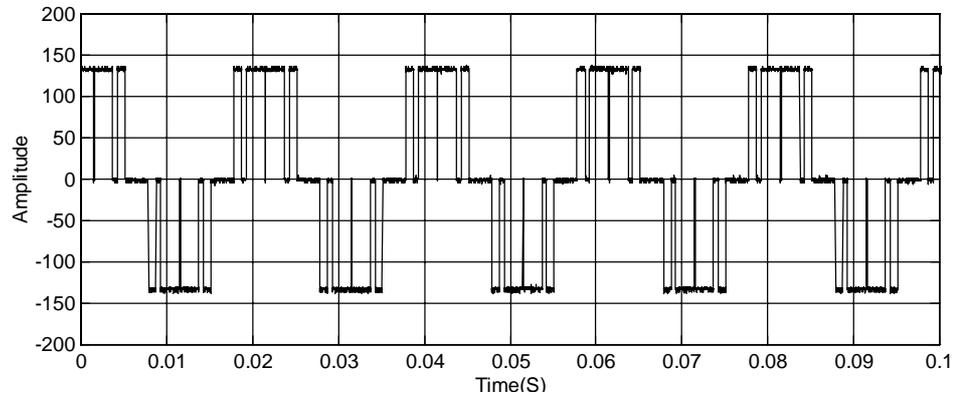


b) PWMパターン 変調率 $M=1.0$

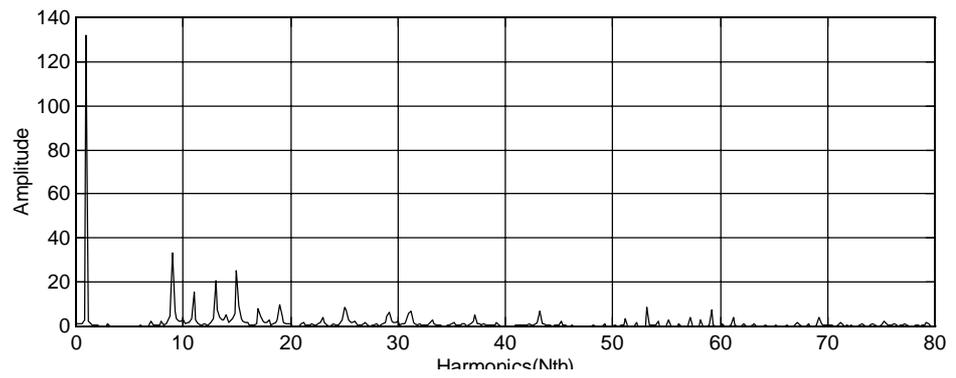


c) フーリエスペクトル 変調率 $M=1.0$

図 6.9 PWM最適パターン $N=16$

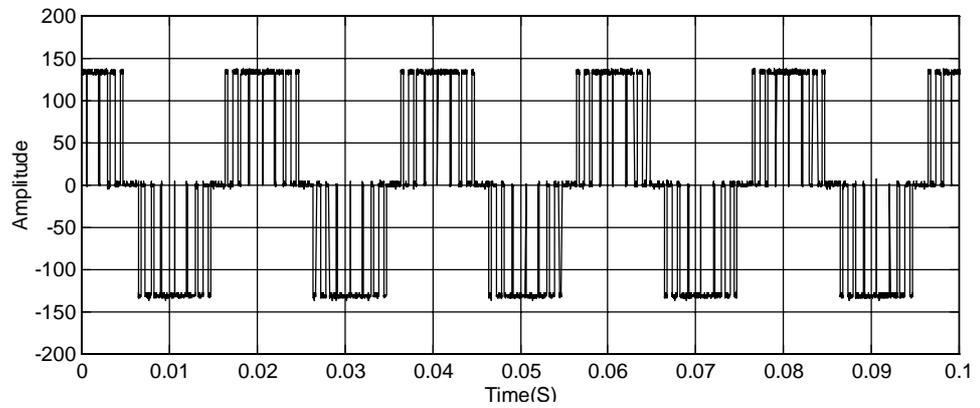


a) PWM波形

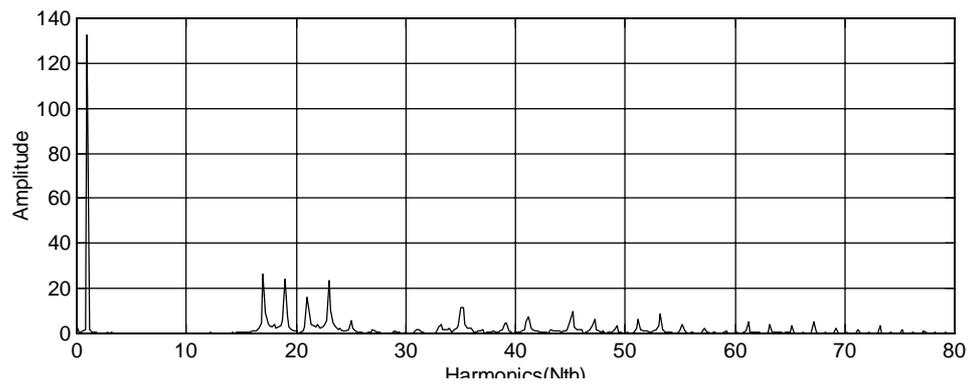


b) フーリエスペクトル

図 6.10 PWM 最適パターンの実験結果 変調率 $M=1.0$, $N=4$

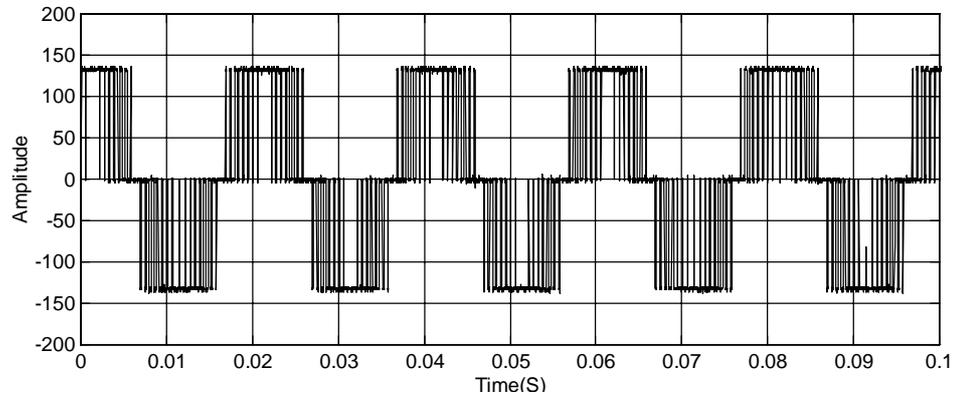


a) PWM波形

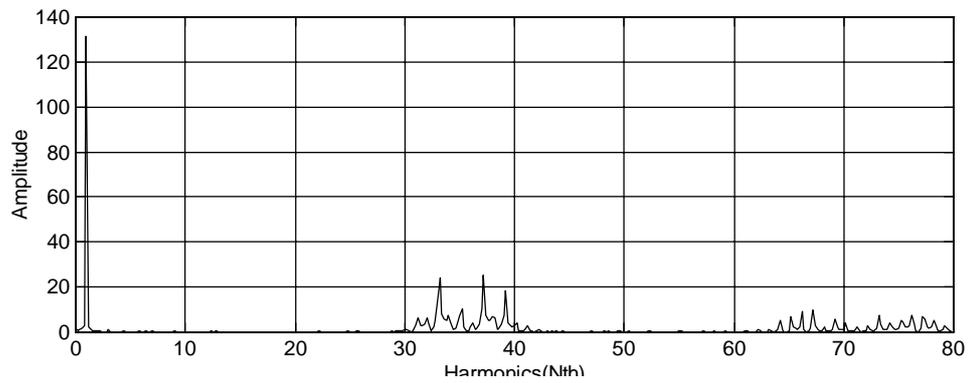


b) フーリエスペクトル

図 6.11 PWM 最適パターンの実験結果 変調率 $M=1.0$, $N=8$



a) PWM波形



b) フーリエスペクトル

図 6.12 PWM 最適パターンの実験結果 変調率 $M=1.0$, $N=16$

6.2 スイッチング数と高調波次数が異なる場合

この項目は、ウォルシュ関数の等分数より高調波次数が多い場合のPWMパターン合成方法を示す。この合成方法の目的は、PWM波形のフーリエ高調波成分(2N-1)次以上を減少することである。項目 6.1 ではPWM波形のフーリエ高調波成分(2N-1)次まで0にするが、(2N-1)次以上ではたくさん出ているため、それを押さえるためにこの合成方法を作った。

やり方としては N 個以上のフーリエ高調波成分を使ってPWMパターンを合成するものである。高調波数がスイッチング数より多くなると、PWMパターンの収束条件が難しくなる。特に繰り返すプロセスでは、高調波成分が減少しないとプログラムが発散してしまう。ここでいろいろな工夫が必要になってくる。

図 6.13 は項目 6.1 のプロセスを真似して擬似逆行列を使ってPWM波形を計算するプロセス例を示す。単純な考え方ではこのプロセスでは項目 6.1 のように計算できると思うが、フーリエ高調波成分 $2N$ 個までを減少することができない。なぜこのプロセスがうまく計算できないかを説明する。またその工夫方法を示す。

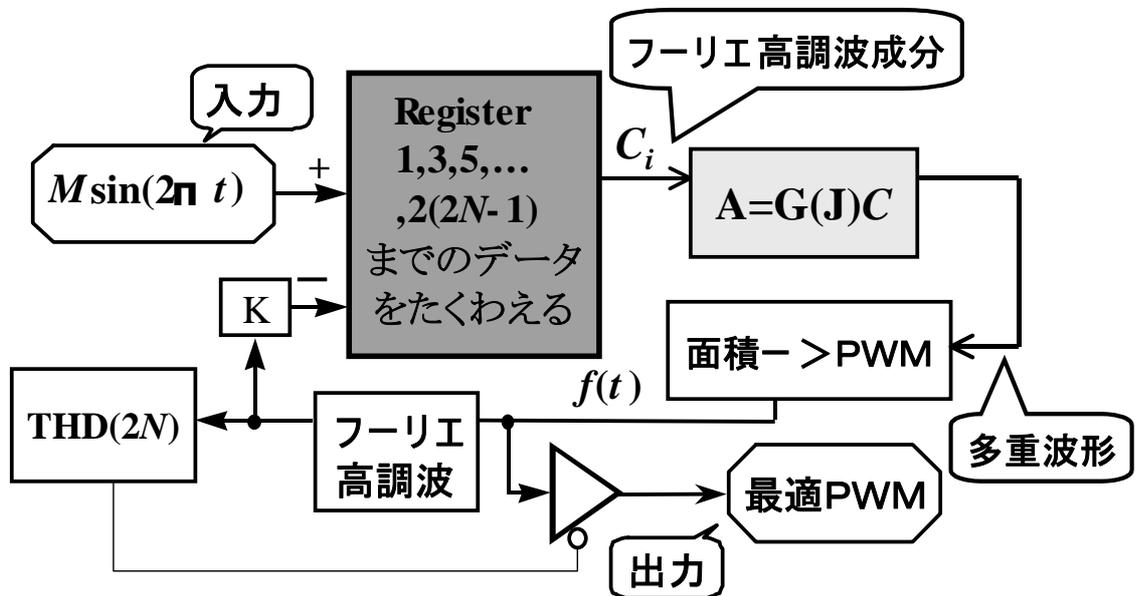


図 6.13 フーリエ高調波成分 $2N$ 個数までを減少するプロセス例
(計算できないプロセス)

図 6.13 のプロセス動作は、Register がフーリエ高調波成分 C を $2(2N-1)$ 次までを貯えられ、項目 3.2 による[J]行列と擬似逆行列を使って $2N$ 個のフーリエ高調波 C を N 個の多重波形に変換し、PWMパターンを合成するものである。このプロセスから、高調波減少する部分だけをと取り出すと以下のような流れを書くことができる。

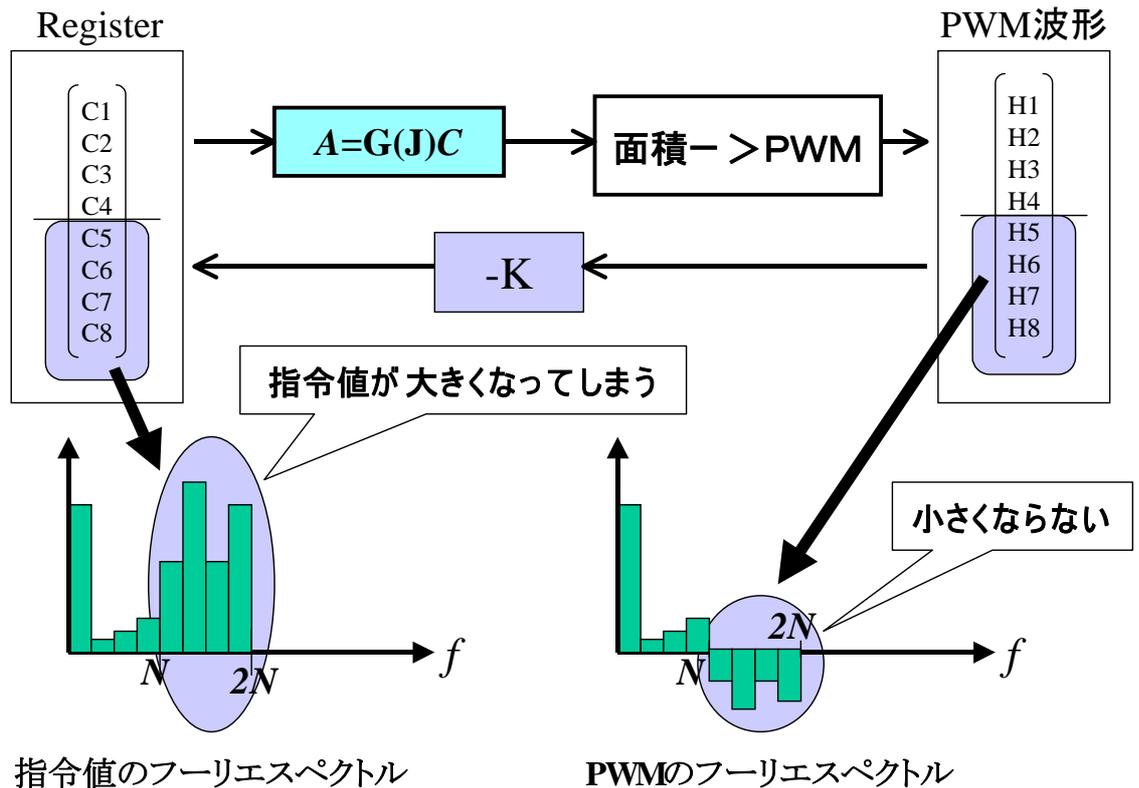


図 6.14 高調波成分の減少させる部分($N=4$ の例)

制御では PWM の高調波が出ているときに、その高調波を消すために値を FEEDBACK する。しかし、スイッチング数と高調波数が異なっているため、高調波を消す指令値をたくさん出しても、PWM の高調波が減少しない。さらに、FEEDBACK 値から指令値がだんだん足されて、高調波の指令値が基本波より大きくなって、多重波形 [A] の計算ができなくなる。よって、このプロセスが $2N$ までの高調波を減少することができない。つまり、プログラムが発散することになる。

プロセスが発散しないためにはまず、重み行列 $[P]$ を入れてみることにした。各高調波の重みをいろいろ変えながらプロセスの結果を検討する。以下の図 6.15 は擬似逆行列と重み行列 $[P]$ により、指令値のフーリエ高調波成分から PWM パターンの合成方法を示す。

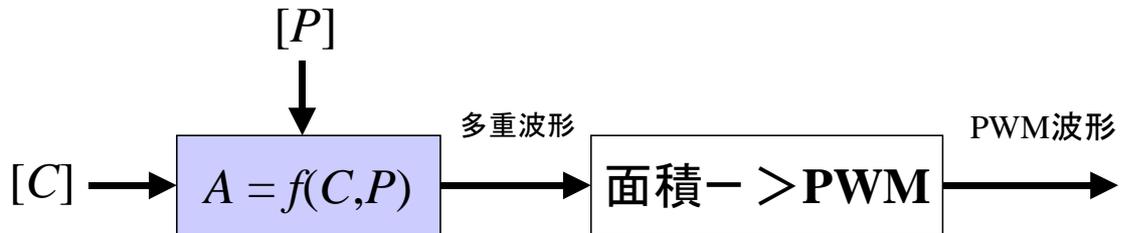


図 6.15 擬似逆行列と重み行列による PWM パターン合成法

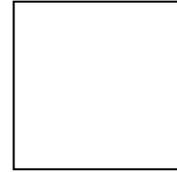
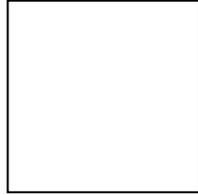
ここで 各周波数の重み $[P]$ は以下の表にする。

表 6.1 各周波数の設定値 $[P]$

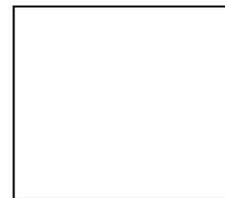
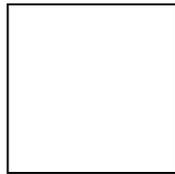
次数	1	3	5	7	9	11	13	15
P1	1	0.01	0.01	0.01	0.5	0.01	0.01	0.01
P2	1	0.01	0.01	0.01	0.01	0.5	0.01	0.01
P3	1	1	1	1	0	0	0	0

図 6.16 は P1 から P3 による PWM パターンの計算結果を示す。まず、図 6.16 a) は基本波と 9 次高調波の重みを大きくすると、PWM パターンの高調波成分は 9 次が小さくなることが分かる。図 6.16 b) は基本波と 11 次高調波の重みを大きくすると、PWM パターンの高調波成分は 11 次が小さくなることが分かる。そして、図 6.16 c) は 1,3,5,7 次高調波の重みを大きくすると、PWM パターンの高調波成分は 1,3,5,7 次が小さくなることが分かる。

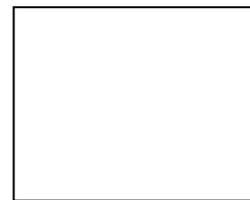
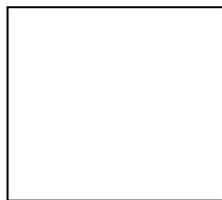
以上の現象から各周波数の重みを大きくすると、その高調波成分が小さくすることができると言える。基本ではすべての高調波を小さくして欲しいが、それはなかなかできない。例えば 9 次を小さくすると 7 次または 11 次が出てしまう。つまり、各周波数の重み値が簡単に設定できない。しかし、重みの設定値が分からなくても重み値を繰り返し計算にすれば計算が可能になる。



a) P1 により PWMパターンの計算結果



b) P2 により PWMパターンの計算結果



c) P3 により PWMパターンの計算結果

図 6.16 P に対する PWMパターン合成結果

図 6.17 は重みを繰り返し計算により PWMパターン合成方法を示す。計算は**2重ループ**になり、サブループとメインループに別ける。

サブループは図 6.14 のようになるがループの入力は $[P]$ になり、出力は PWMパターンとする。しかし、サブループが何回計算するか分からないので、計算回数を決めることにした。今研究は 10 回で設定した。

メインループでは $[P]$ の各周波数の重みを少しずつを変化させながらサブループに入力する。サブループから計算した PWMパターンの **THD** を最小になる時点でその周波数の重みを記録し、次の計算にこの値を適用する。**THD** はフーリエ高調波成分 $2N$ 個目まで計算する。このように計算を繰り返すと **THD** がだんだん小さくなり、 $[P]$ 値が一定になる時点で計算を終了する。

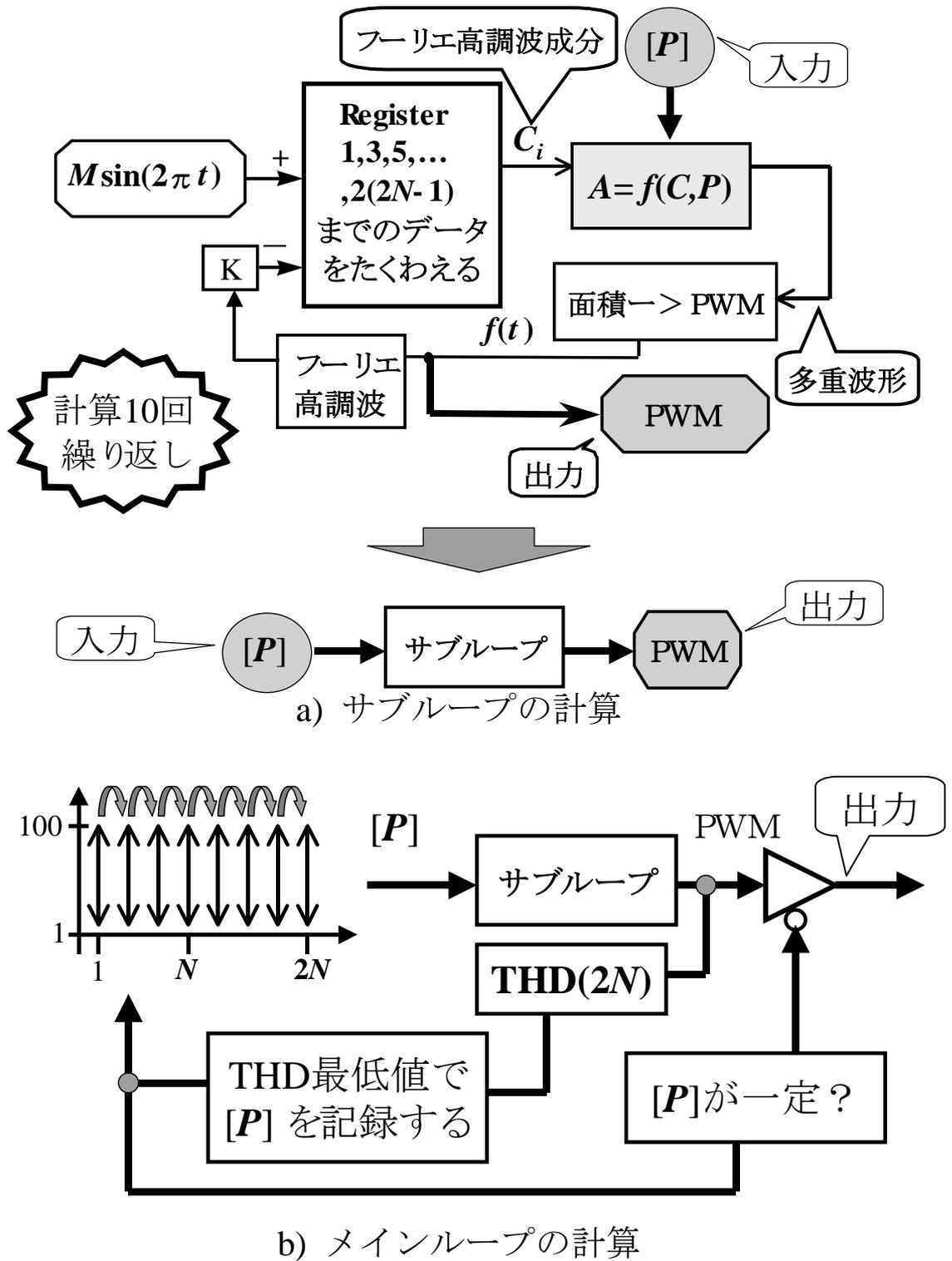


図 6.17 $2(2N-1)$ 次までのフーリエ高調波減少プロセス

6.2.1 計算結果

N 個以上のフーリエ高調波を減少するための条件が厳しいため、本研究はスイッチング数=4 とスイッチング数=8 のときだけを検討する。スイッチングの各数の結果は3種類に別けることができる。

- 1) フーリエ高調波 $2N$ 個 まで THD 最小をする。
- 2) フーリエ高調波 $4N$ 個 まで THD 最小をする。
- 3) フーリエ高調波 $8N$ 個 まで THD 最小をする。

図 6.18 はスイッチング数=4、THD $2N$ 個まで最小をする。

図 6.19 はスイッチング数=4、THD $4N$ 個まで最小をする。

図 6.20 はスイッチング数=4、THD $8N$ 個まで最小をする。

図 6.21 はスイッチング数=8、THD $2N$ 個まで最小をする。

図 6.22 はスイッチング数=8、THD $4N$ 個まで最小をする。

図 6.23 はスイッチング数=8、THD $8N$ 個まで最小をする。

図 6.18～図 6.23 の結果を見ると、PWMパターンは振動し、変調率 M に対し、急激な変化を見られる。その理由は THD の最小値を探しているからである。THD に関しては、 $1N$ 次までの THD が一番低いが $2N$ 、 $3N$ 次の THD の間隔はだんだん狭くなっていく。また、PWMパターンの急激な変化には THD が振動していることが分かる。そして、重み $[P]$ の値に関しては、最小値 THD を探しているため変調率 M に対して急激な振動をたくさん起こしている。2重ループ繰り返し計算により、重み $[P]$ 値が分からなくても自動的に最小 THD を探してくれる。しかし、 $[P]$ の自分自身に対し、いくつの値で設定すれば良いのか？本研究はまだはっきり分かってない。

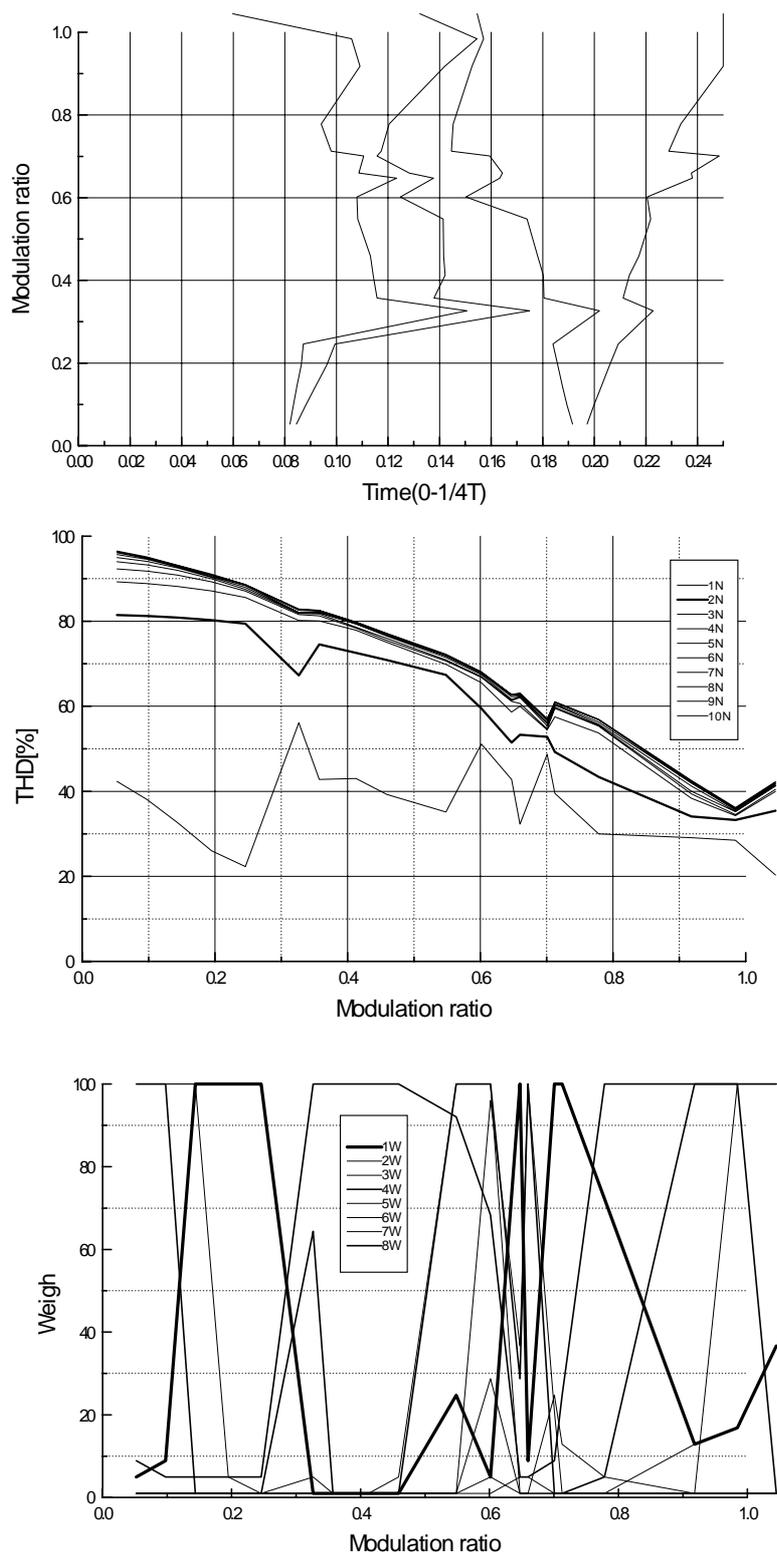


図 6.18 スイッチング数=4、THD 2N 個まで最小をする。

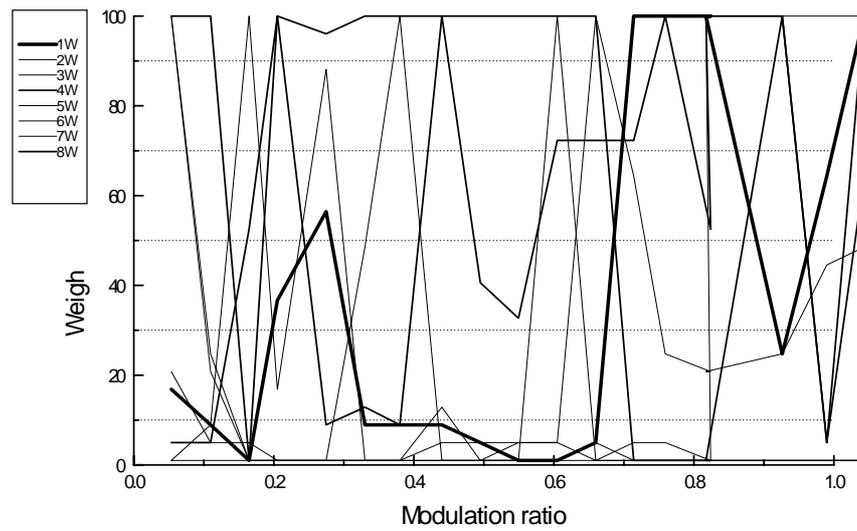
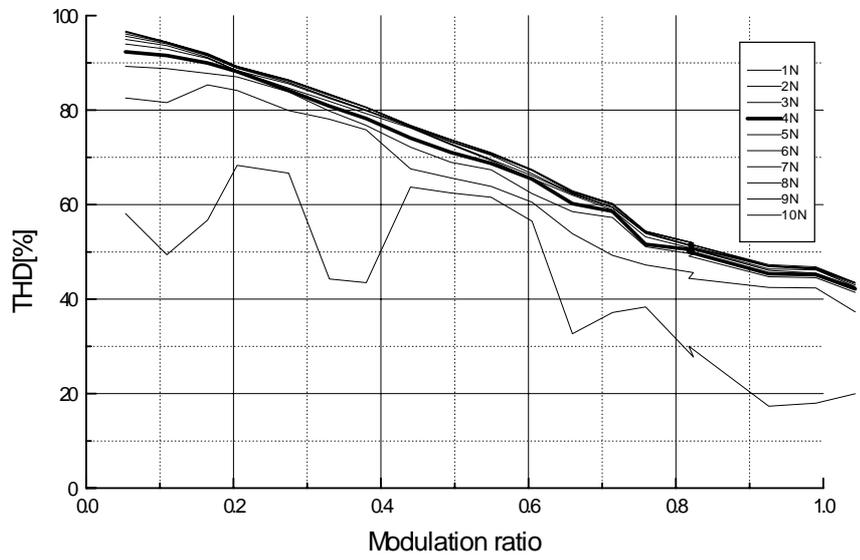
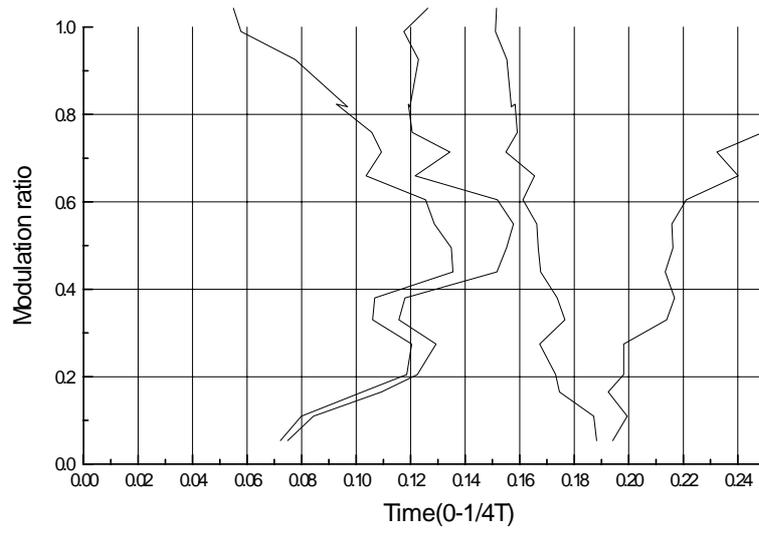


図 6.19 スイッチング数=4、THD 4N 個まで最小をする。

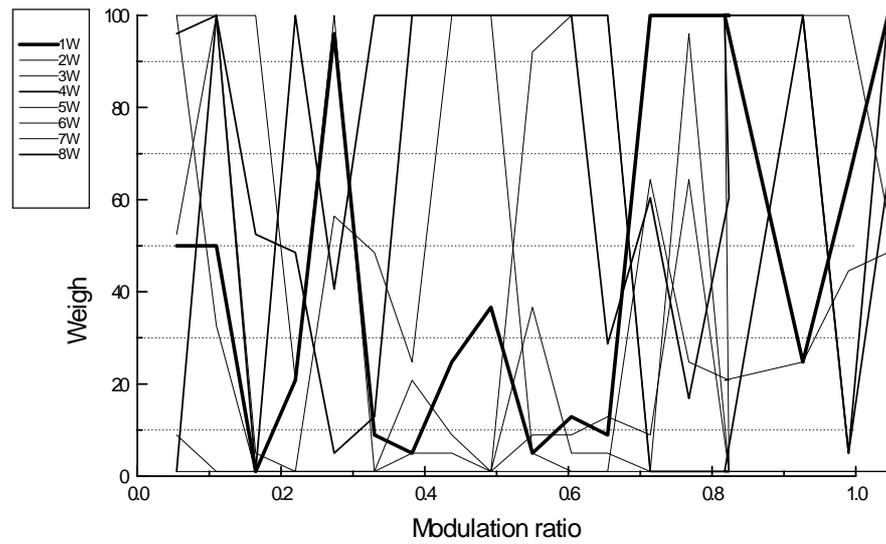
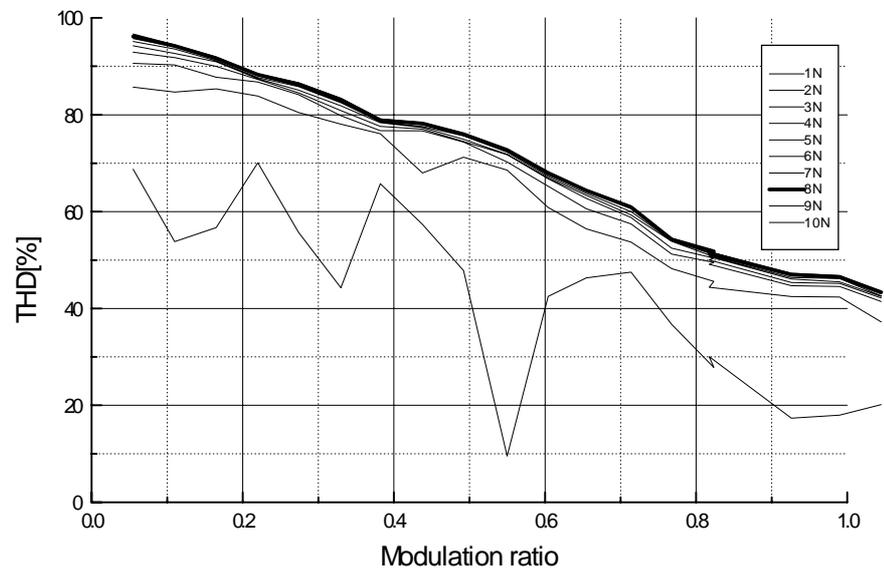
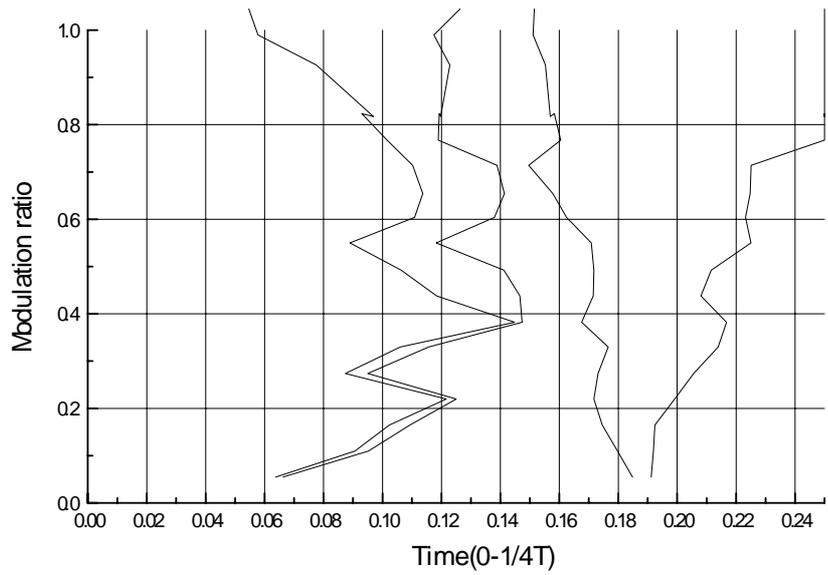


図 6.20 スイッチング数=4、THD 8N 個まで最小をする。

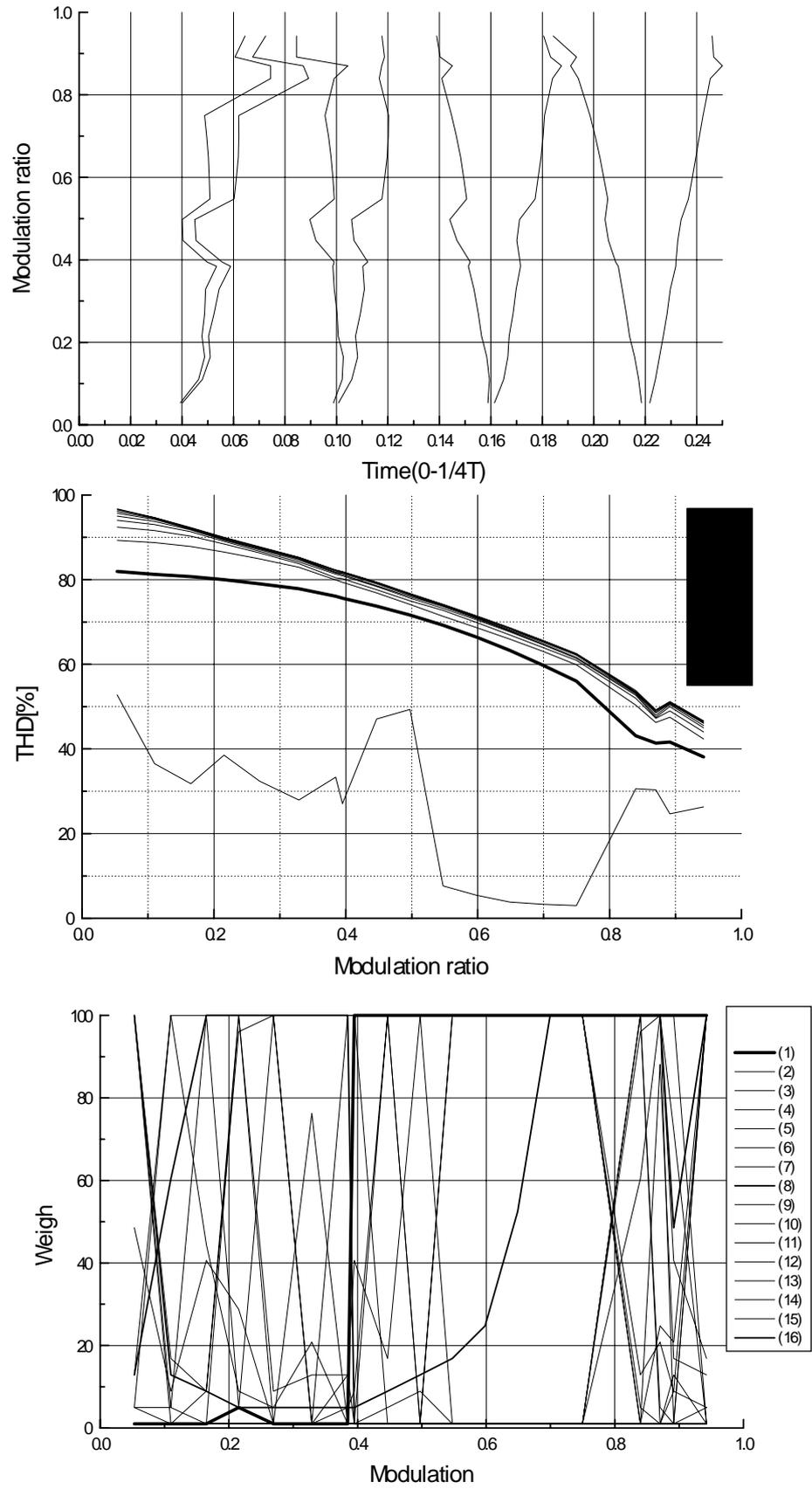


図 6.21 スイッチング数=8、THD 2N 個まで最小をする。

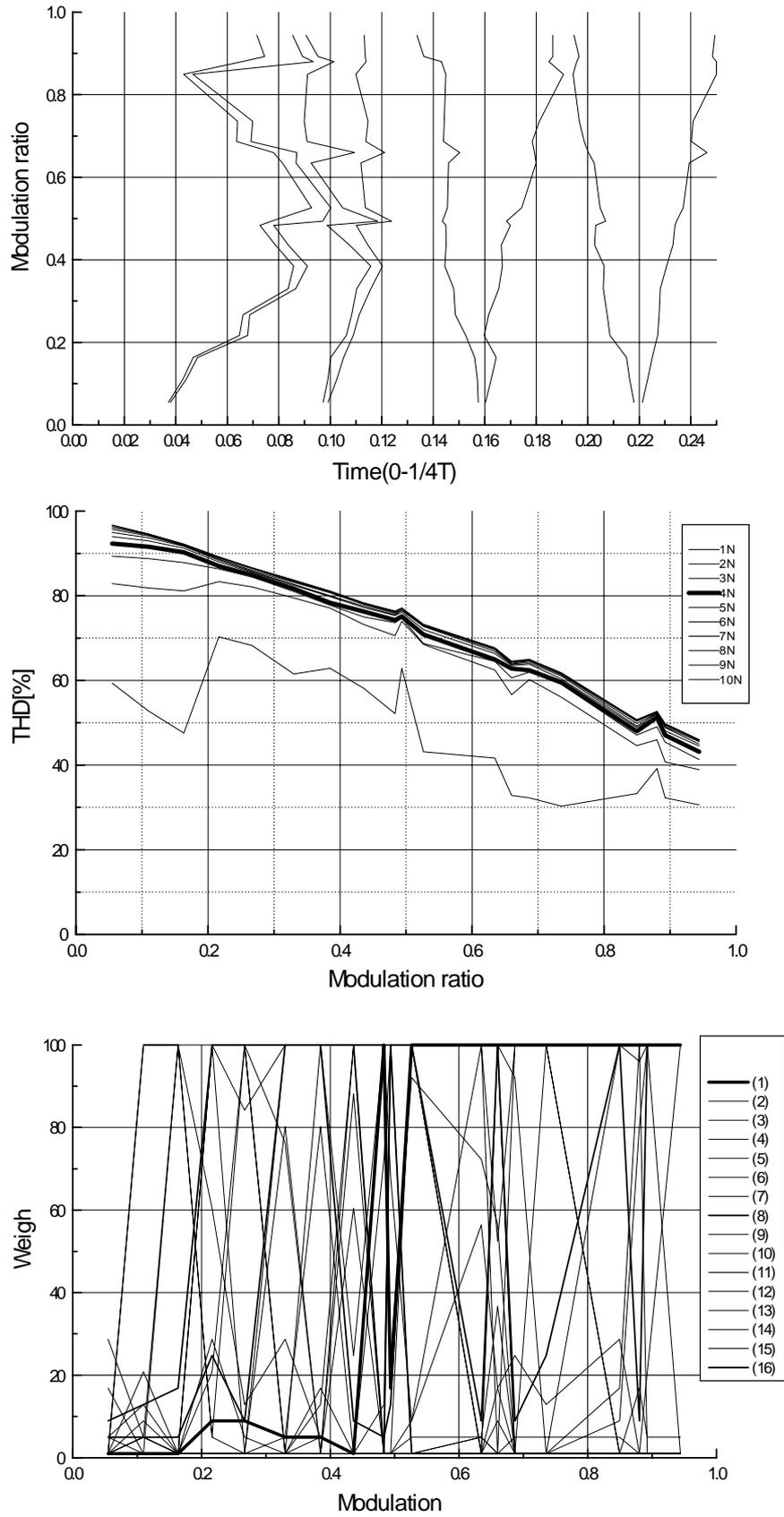


図 6.22 スイッチング数=8、THD 4N 個まで最小をする。

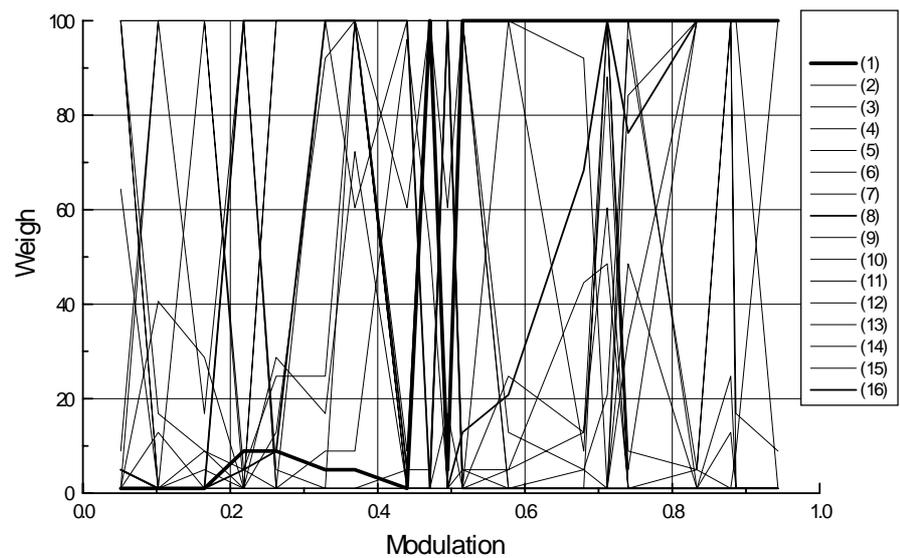
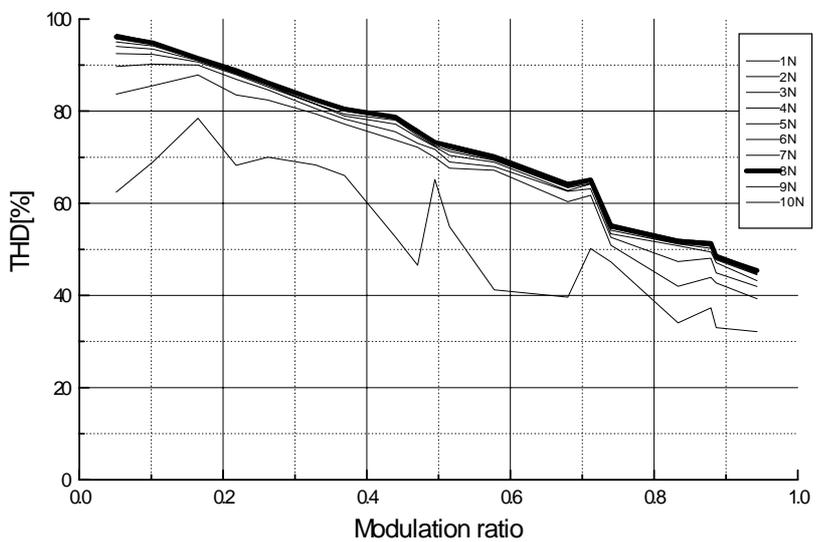
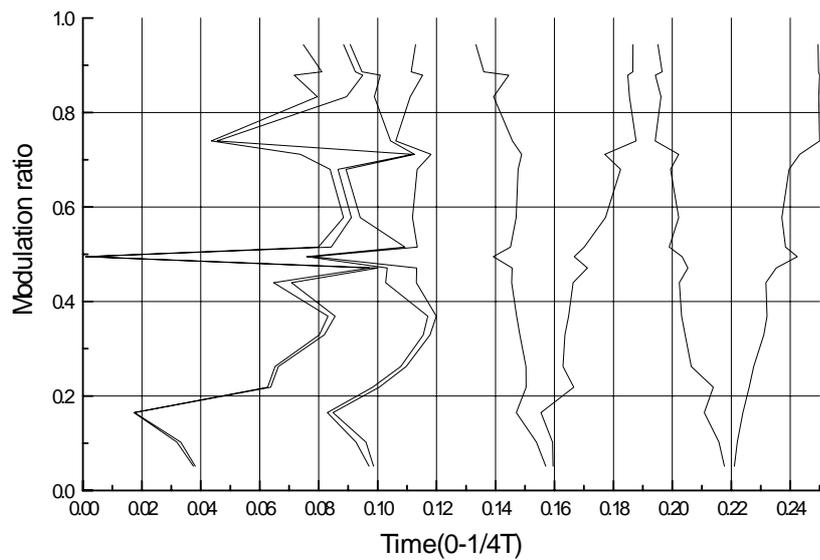


図 6.23 スイッチング数=8、THD 8N 個まで最小をする。

6.3 他の方法との比較(THD)

PWMパターンをどれくらい正弦波に近づけるかを決定するのはTHDで評価する。THDの最終次高調波は高いほどよい。よって、本研究はスイッチング数の10倍(10M)まで計算の比較をした。比較するものは三角波比較PWMパターンと項目6.1で計算した最適PWMパターンにした。図6.24、図6.25は変調率 M と $10N$ のTHD特性の比較を示す。

図6.24～図6.25から分かるように、項目6.2の合成方法が最適PWMパターンと三角波比較PWMパターンよりTHDが小さい。それはこの方法がTHDを直接制御されているからである。変調率 M が1.0に近いほどTHDの差が出てくる。しかし、 M が小さくなるとほぼ同じである。その理由は、PWMパターンのTHD計算が高調波成分を基本波成分(ほぼ M の値になる)で割り算したものである。従って、 M が非常に小さいときTHDの計算が、だいたい高調波成分を高調波成分で割ったものになって、値がほぼ1になり、パーセントにすると100[%]に近い値になる。

計算時間に関しては、項目6.1方法の計算では数分で計算することができる。しかし、項目6.2では2重ループ計算によって計算時間が非常に長く、図6.24～図6.25の計算では1日がかかる。

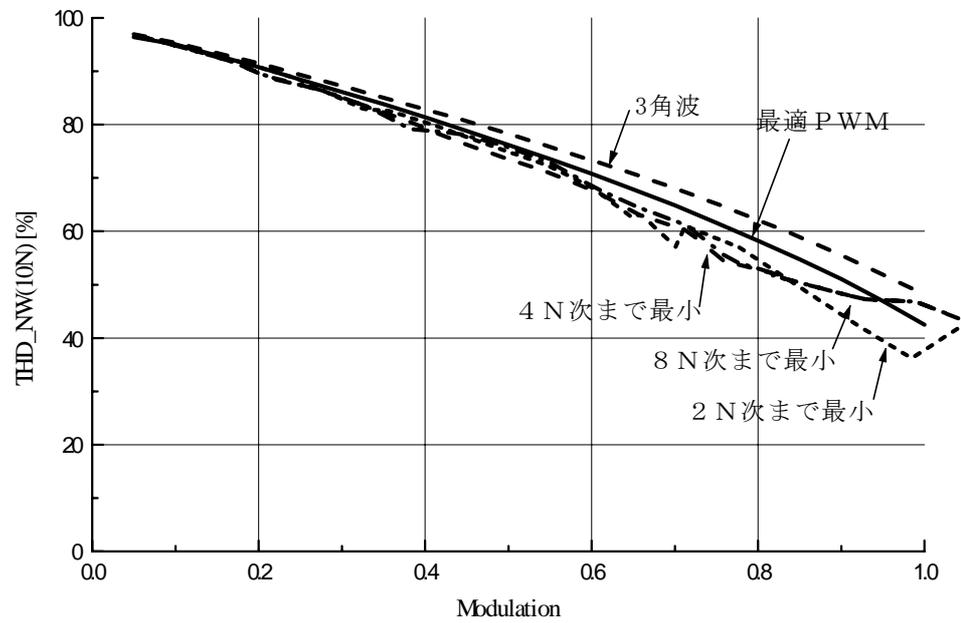


図 6.24 $N=4$ の THD 比較

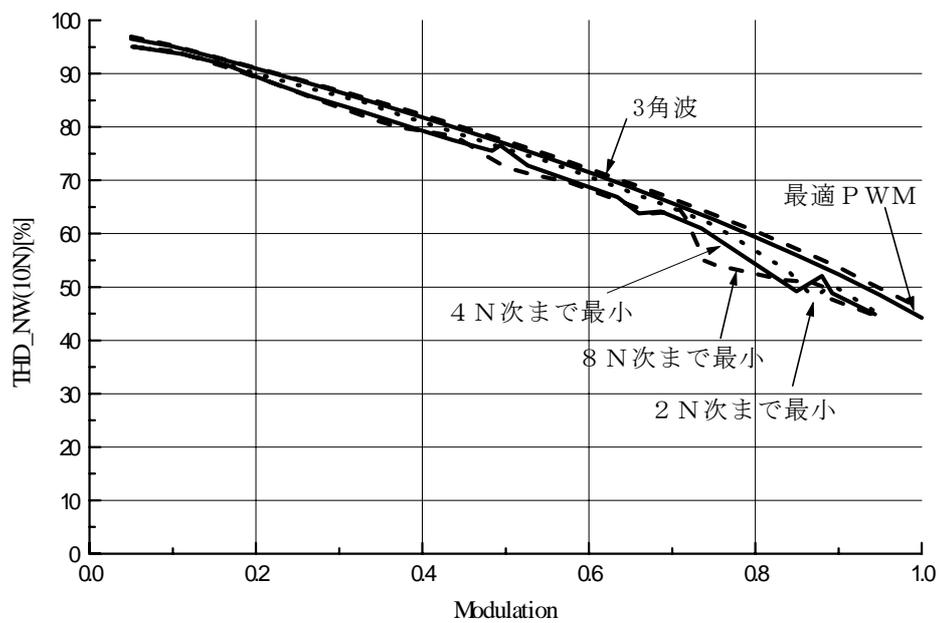


図 6.25 $N=8$ の THD 比較

6.4 まとめ

ウォルシュ関数により、繰り返し計算を行って、スイッチング数とフーリエ高調次数が同じ場合は $(2N-1)$ 次までのフーリエ高調波を消すことができる。等分中の波形を平均方法の考え方を使うとさらに計算式が簡単なる。

スイッチング数とフーリエ高調波数が等しくない場合の計算では難しくなるが擬似逆行列と重みを付けることによって、最終高調波次数の高いTHDの計算値を下げるができる。この方式は三角波比較法そして最適PWMパターンの合成方法よりTHDの小さい値を得られる。

第7章 結論

本研究はウォルシュ関数を使ったインバータのPWMパターン合成方法を開発した。ウォルシュ関数からみた正弦波波形の特性を調べ、その特徴を適用し、いろいろなPWMパターンの合成方法を生み出した。PWMパターンの高調波成分を低減するため、ウォルシュ関数だけでなく他の数学的な技術が必要であり、近似性、擬似逆行列の計算、行列の重み、波形の対称性などを適用されている。以下に本研究が開発した新たな計算法そしてPWMパターンの合成方法を示す。

1)ウォルシュ展開—合成のアルゴリズムを、ウォルシュ等分中の正弦波指令値を平均するものに簡略した。(項目 3.1 参照)

2) PWM パターンを合成し易くするため、新たな直行関数[J]の作り方を誘導した。(項目 3.2 参照)

3)直接計算による PWM パターンの合成方法 (等分数とスイッチング数が同じ場合)

3.1)指令値のスペクトルを合わせる方法 (項目 4.1 参照)

3.2)指令値の平均値を合わせる方法 (項目 4.2 参照)

4)直接計算による PWM パターンの合成方法 (等分数とスイッチング数が異なる場合)

4.1)スイッチング数と高調波次数が等しい場合 (項目 5.2 参照)

4.2)スイッチング数と高調波次数が異なる場合 (項目 5.3 参照)

5)繰り返し計算による高調波歪みを減少する方法

5.1)等分数と高調波次数が等しい場合 (項目 6.1 参照)

5.2)等分数と高調波次数が異なる場合 (項目 6.2 参照)

以上、新たな計算法そしてPWMパターンの合成方法を示した。PWMパターンの結果はシミュレーションそして実験で一致することが確認できた。

今後の課題としては、今までのいろいろな合成方法を適用し、3相PWMインバータを合成する。また、素子スイッチングのデットタイムを考慮する対策を考える。

デットタイムを補償する方法では、本研究はまだ考えていない。しかし、デットタイムを補償するために以下のようなものを検討しないとイケない。その方法の手順をステップのように示す。

ステップ 1) PWMパターンにデットタイムを外乱としPWMパターンにどのような影響を受けるか?、そしてPWMパターンのウォルシュ展開係数の変化を検討する必要がある。

ステップ 2) デットタイム外乱に対し、正弦波指令値のウォルシュ展開係数(B_i)をどのように設定すれば PWM パターンのウォルシュ展開係数を一致させるかを考える。または、一般のデットタイム補償法と同じように、負荷電流-電圧の位相差を一つの変数とし、計算により PWM パターンのスイッチング関数を変化させる。

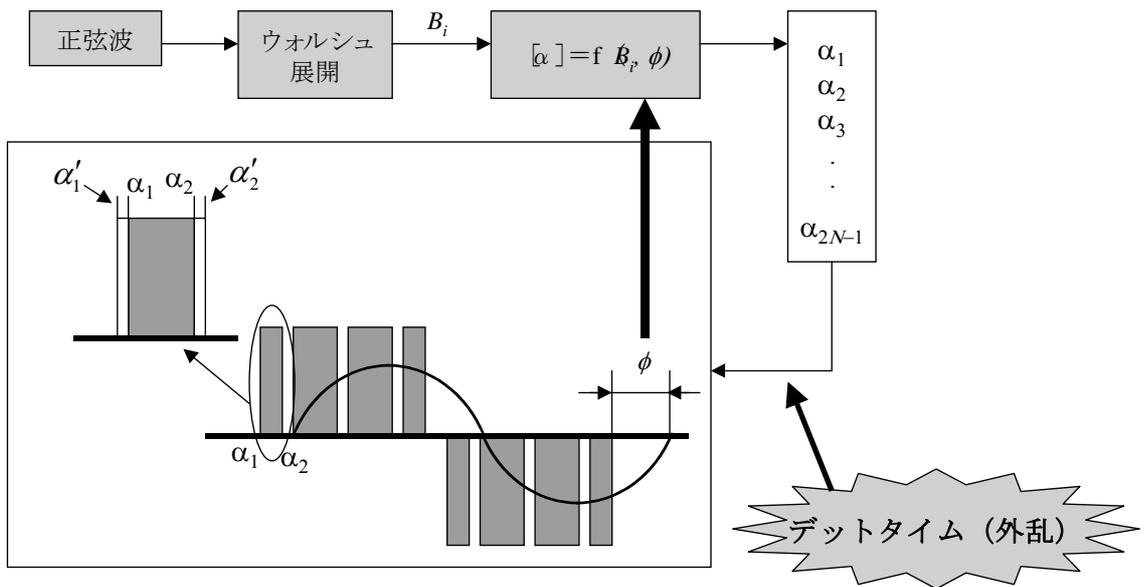


図 7.1 デットタイム補償の考え方 (例)

第8章 謝辞

なによりも本研究を進めるに当たり、終始適切な御指導、御助言を与えてくださいました指導教官の近藤正示助教授に心から感謝いたします。

また、日頃より多くの御助言、御指摘をしていただきました高橋勲教授、大石潔助教授に深く御礼申しあげます。

さらに、昼夜を共に研究生活に勤しみ、数多くの討論、協力をくださった近藤研究室修士2年の山本君、修士1年、学部4年の皆様、パワー研の諸先輩方々に心より感謝します。

最後に、故国タイを離れ、日本で勉強をする機会を与えていただいた両親に感謝したいです。

第9章 参考文献

- (1)喜安 善市 「アダマール行列とその応用」：コロナ
- (2)T.J. Liang and R.G.Hoft”Walsh Function Method of Harmonic Elimination”,pp.847-853,APEC conf.,March 1993 proceedings.
- (3)I. Takahashi, H. Mochikawa: “A New Control of PWM Inverter Waveform for Minimum Loss Operation of an Induction Motor Drive”, IEEE Trans. on IA, Vol. IA-21, No. 4, p. 580 (1985)
- (4)スナイ ウイジタパット、近藤 正示：「PWM パターンは合成法の簡略化に関する研究」修士論文 平成9年
- (5)小林 隆 「線形計画法入門」：産業図書

発表論文

- (1)Seiji Kondo, Krit Choeisai : 「Walsh Function Based Synthesis Method of PWM Pattern for Full-Bridge Inverter」 ,p271-276,PCC-Nagaoka conf.,09-3, August 1997
- (2)チオエイサイ クリット、近藤 正示、：「Walsh 関数を使った多重インバータの研究」平成8年 電気学会全国大会, No.800, 1996
- (3)チオエイサイ クリット、近藤 正示、：「Walsh 関数によるフルブリッジインバータのPWMパターン導出法」平成9年 電気学会全国大会, No.873, 1997
- (4)チオエイサイ クリット、近藤 正示、：「Walsh 関数によるPWMパターン導出法の簡略化」第6回電気学会東京支部新潟支所研究発表会,III-13,1996
- (5)チオエイサイ クリット、近藤 正示、：「Walsh 関数によるフルブリッジインバータの最適PWMパターン導出法」第7回電気学会東京支部新潟支所研究発表会,V-13,1997