

Walsh 関数を利用した PWM 電圧高調波解析の高速処理

◎チオエイサイ クリット 近藤 正示
(長岡技術科学大学)

1. まえがき

正弦波電圧源の回路は一般 Fourier 展開を使って高調波解析を行っている。その理由の一つは正弦波と三角関数波形が同じ波形であり、少ない高調波数を得られ、波形の展開が簡単そして早くなるからである。しかし、PWM 電圧波形の展開では方形波と正弦波の違いにより、たくさん的高調波が出てしまい、波形の展開が難しくなる。本文は Walsh 関数を使って PWM 電圧高調波解析を行う。Walsh 関数波形は PWM 電圧波形と同様に方形波であり、波形を展開するとき Fourier 展開と比べ、少ない高調波数を得ることを予想される。よって、PWM 電圧波形の展開・合成に対して Walsh 関数は三角関数より適すると思われる。

2. 研究の概要

図 1 は Walsh 関数波形と三角関数波形を示す。PWM 電圧波形 $f(t)$ の Walsh 展開と Fourier 展開は(1)と(2)である^[1]。Walsh 関数は一周を 2 のべき乗数 (D) 等分をし、その時刻で波形値が変わる。もし、任意方形波が $1/D$ 時刻に値が変わるような波形であれば、その波形の最高高調波次数が D となる。(1)で表現すると $N_w=D$ である。つまり、PWM 波形が 2 のべき乗数カウンターの回路から作るとすれば、その PWM 波形のカウンター最大数が Walsh 最高高調波次数になる。

一方、三角関数値では滑らかなので PWM のような Edge (立上・立下する瞬間) が多い波形はたくさん的高調波を使って元波形を合成しなければならない。(2)で表現すると N_f は大きくなる。

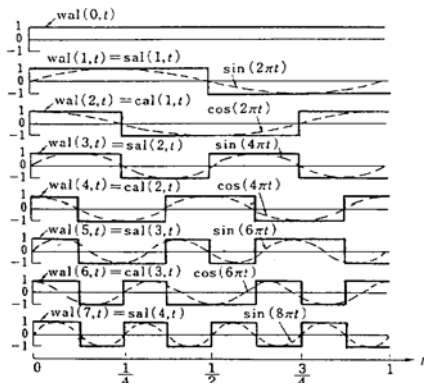


図 1 Walsh 関数波形と三角関数

Walsh 展開

$$\left. \begin{aligned} B_{2i-1} &= \frac{4}{T} \int_0^{T/4} f(t) \text{sal}(2i-1, t) dt \\ f'(t) &= \sum_{i=1,2,3,\dots}^{N_w} B_{2i-1} \text{sal}(2i-1, t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Fourier 展開

$$\left. \begin{aligned} C_{2i-1} &= \frac{4}{T} \int_0^{T/4} f(t) \sin(2\pi(2i-1)t) dt \\ f'(t) &= \sum_{i=1,2,3,\dots}^{N_f} C_{2i-1} \sin(2\pi(2i-1)t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Walsh または Fourier 高調波を使って $f'(t)$ を合成したとき、どれくらい元波形 $f(t)$ を一致するかは err (エラー) 関数で評価する。 err 関数は(3)のように定義し、 err の値が小さいほど誤差が少ないという意味である。

$$err = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1,2,3,\dots}^N (f(i) - f'(i))^2} \times 100[\%] \quad (3)$$

ただし、 $N=f(i)$ のデータ個数

3. PWM電圧波形の作り方

図 2 に PWM 電圧波形の作り方を示す。PWM 波形は区間 $[0, 1/4]$ 周期を f_c (スイッチング数) 等分をし、各等分中の正弦波面積からスイッチングを決め、さらに $1/D$ ($D=2^j$) の制度で量子化する。PWM 電圧波形のデータ数(N)は 256 個とする。

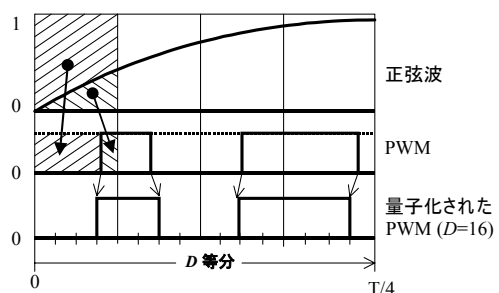


図 2 PWM 電圧波形の作り方 ($f_c=4$)

4. PWM 電圧波形の展開・合成結果

図 3 は PWM 電圧波形変調率(M) $=0.9$ と Walsh そして Fourier 高調波成分を示す。2. で説明

したように、Walsh の最高高調波次数は D ($D=64$) に等しい。そして Fourier の最高高調波次数はほぼ N に等しい。Walsh の D 次高調波周期は $1/D$ なので、PWM 波形のデータサンプリング区間 (刻み幅) は $1/D$ だけですべての高調波を取ることができる。しかし、Fourier の N 次高調波周期は $1/N$ なので、データサンプリング区間は $1/N$ まで細かくしないとすべての高調波を取ることができない。

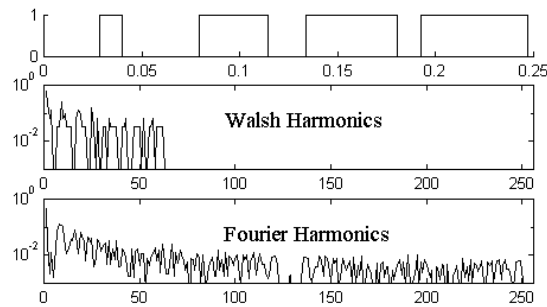


図3 PWM 電圧波形と Walsh, Fourier 高調波成分 ($M=0.9, f_c=8, D=64$)

図4は高調波数と err との関係を示す。高調波を使って波形を合成するときには高調波振幅の大きいから小さいまで順番に並び換え、振幅順で波形を合成する。図4により、 err が非常に小さい時は Walsh の方が少ない高調波数で波形を合成できる。しかし、 $D=256$ のとき 5[%] の err で合成する場合は Fourier が約 120 そして Walsh が約 150 の高調波数が必要である。つまり、Walsh は err が小さいかつ $D < N$ 時に Fourier を勝つ。 err が大きくなると Walsh が負けることがある。

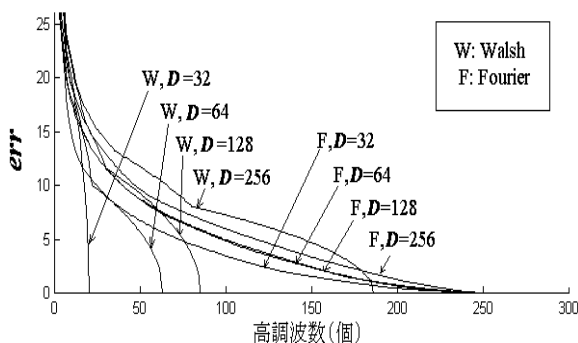


図4 高調波数と err の特性 ($M=0.9, f_c=8$)

図5はスイッチング数 f_c と err が 0.1% より少なくなるように必要な最小高調波数の特性を示す。0.1% の err 値では非常に小さい値で合成した波形はほぼ元波形になり、さらに図4の結果より Walsh は Fourier の高調波数より少ない。 f_c に対して Walsh または Fourier の最小高調波数がほぼ変わらない。しかし、 D に対して、前述べたように Walsh はほぼ D になり、Fourier は約

250 個ほとんどすべての高調波を使うことになる。図5から Fourier/Walsh 高調波数を比較すると Table 1 のようになる。 D 値が小さいほど比が大きくなる。

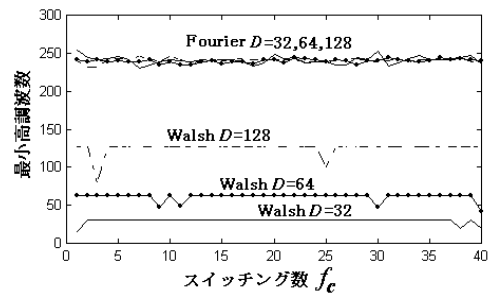


図5 スwitching数 f_c と $err \leq 0.1\%$ までの最小高調波数の特性

Table 1 等分数 D と Fourier/Walsh 高調波数の比較

D	Fourier/Walsh 高調波数
32	$250/32 = 7.81$
64	$250/64 = 3.90$
128	$250/128 = 1.95$

図6は err が 0.1% より少なくなるように必要な最小高調波数を計算し、変調率 M との関係を示す。変調率 M を変化させることによって PWM 幅が変化することになる。図6から、変調率 M に対し Walsh は Fourier より特性が振動している。よって、Walsh の高調波成分は Fourier より激しく変化することが分かる。この現象から、変調率 M の変化を観察するとき Walsh 関数が適すると考えられる。

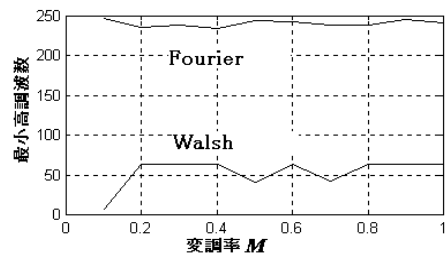


図6 変調率 M と $err \leq 0.1\%$ までの最小高調波数の特性 ($f_c=8, D=64$)

5. まとめ

PWM 電圧波形に対し $D < N$ 時に Walsh は Fourier より高調波数が少なくても err が小さい。Walsh 展開は PWM 波形のデータサンプリング刻み幅 $1/D$ だけですべての高調波を取れる。変調率 M の変化に対し Walsh 高調波は Fourier 高調波より激しく振動する。

参考文献

- [1] 電子通信学会 喜安 善市
「アダマール行列とその応用」 : コロナ社